

Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки Институт ядерных исследований Российской
академии наук

на правах рукописи

Токарева Анна Александровна

**Наблюдаемые следствия модификаций
гравитации в космологии и астрофизике**

01.04.02 — теоретическая физика

Диссертация

*на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук*

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук,
Горбунов Д.С.

Москва 2016

Содержание

1	Введение	3
2	Модель инфляции Старобинского с конформным полем Хиггса	16
2.1	Переход к эйнштейновской системе	17
2.2	Разогрев Вселенной за счет конформной аномалии калибровочных полей	17
2.3	Параметры скалярных и тензорных возмущений	19
2.4	Гравитационно-волновой сигнал	23
2.5	Стабильность электрослабого вакуума	26
3	Модели со спонтанным нарушением масштабной инвариантности: инфляция и разогрев	31
3.1	Масштабно инвариантная R^2 -гравитация: инфляция на поле скалярона	32
3.2	Разогрев и рождение дилатонов	34
3.3	Переход от инфляции на поле скалярона к инфляции на поле Хиггса	36
3.4	Ограничения на масштабно инвариантную инфляцию общего вида	42
4	Модель $F(R)$-гравитации, объясняющая темную энергию: рождение частиц	44
4.1	Описание модели Старобинского для темной энергии	45
4.2	Переход к эйнштейновской системе: скалярон как хамелеон	47
4.3	Квантовое рождение скаляронов в сжимающейся среде	49
4.4	Оценки рождения скаляронов в реальных объектах	52
4.4.1	Формирование структур	52

4.4.2	Образование звезд в Галактике	53
4.4.3	Космологическое расширение Вселенной	54
4.5	Плотность скаляронов в сжимающихся объектах	54
4.6	Начальные условия для классических осцилляций ска- лярона	56
4.7	Рождение частиц высоких энергий негармоническими ос- цилляциями скалярона	59
4.8	Неприменимость приближения идеальной жидкости и учет дискретности среды	61
5	Заключение	62

1 Введение

Несмотря на то, что общая теория относительности как теория гравитации была построена уже более ста лет назад, за это время не было найдено ни одного экспериментального указания на ее неполноту. Отчасти это связано с тем, что гравитация – очень слабое взаимодействие, проявляющее себя на больших масштабах, тогда как какие-либо ее модификации обычно ожидаются лишь при высоких энергиях, соответствующих очень малым расстояниям. На таких расстояниях свойства гравитационного поля невозможно измерить ни напрямую, ни косвенно из-за чрезвычайной его слабости в микромире по сравнению, например, с электромагнитным полем.

При этом общая теория относительности получила такое количество наблюдательных подтверждений, что никто уже не сомневается в адекватности ее описания в области низких энергий. Отклонение лучей света гравитацией при солнечном затмении и прецессия перигелия Меркурия были исторически первыми серьезными свидетельствами в пользу ОТО. К настоящему моменту подтверждены и такие предсказания теории, как замедление времени вблизи гравитирующих масс, гравитационное красное смещение, задержка сигнала в гравитационном поле, изменение периода обращения в системах двойных пульсаров, связанное с излучением гравитационных волн. Кроме того, в астрофизике есть многочисленные указания на предсказываемое теорией Эйнштейна существование черных дыр как звездных масс, так и сверхмассивных объектов в центрах галактик и квазаров. Гравитационное излучение от слияния черных дыр было недавно зарегистрировано в эксперименте LIGO [1], причем форма сигнала полностью соответствует предсказаниям теории Эйнштейна.

Общая теория относительности является концептуальной основой современной космологии. Еще в 1922 году А.А. Фридман получил нестационарное решение уравнений Эйнштейна, описывающее расширяющуюся из сингулярности однородную и изотропную Вселенную. После открытия в 1929 году Э. Хабблом разбегания удаленных галактик этот класс решений стал восприниматься всерьез как основа общепринятой сейчас теории Большого взрыва. Параметры современной Вселенной и ее эволюция в прошлом, по крайней мере от температур ниже 1 МэВ, могут быть с хорошей точностью восстановлены из наблюдательных данных. В первую очередь речь идет о точных измерениях неоднородностей фона реликтового излучения в экспериментах WMAP [2] и Planck [4]. Независимые данные о Вселенной дают прямые наблюдения крупномасштабной структуры Вселенной, а также измерения ускорения расширения Вселенной по сверхновым в далеких галактиках. На сегодняшний день мы знаем, что Вселенная примерно на 31 процент состоит из темной материи и на 69 процентов из темной энергии, причем обычное барионное вещество составляет всего 4.9 процента [3]. Природа темной материи и темной энергии на сегодняшний день остается неизвестной. Первая обычно объясняется в рамках физики частиц, тогда как последняя может быть связана в том числе и с модификацией эйнштейновской гравитации [5].

Хотя мы можем с достаточной уверенностью говорить о свойствах и эволюции Вселенной при не очень высоких температурах, о более ранних временах известно очень мало. Теория горячего Большого взрыва, экстраполирующая степенное расширение Вселенной вплоть до планковских энергий, имеет множество проблем, связанных с необходимостью точной подстройки параметров. Во-первых, современная Вселенная с достаточной точностью плоская. Чтобы обеспечить эту наблюда-

емую плоскостность, необходимо на планковских масштабах потребовать ее на уровне 10^{-60} . Во-вторых, видимая сейчас часть Вселенной должна состоять из 10^{89} причинно не связанных областей, и с этой точки зрения выглядит невероятной ее наблюдаемая однородность. В-третьих, огромная величина энтропии видимой части Вселенной не могла быть получена в равновесном процессе степенного расширения Вселенной, поэтому в рамках модели горячей Вселенной приходится предполагать ее необъяснимо большое начальное значение. Однако, все эти проблемы могут быть решены, если предположить, что стадии горячего Большого взрыва предшествовала стадия ускоренного (экспоненциального) расширения Вселенной. Эта стадия может быть получена в частности за счет эволюции скалярного поля (инфлатона) со специфическим потенциалом в режиме медленного скатывания этого поля к минимуму. Интересно, что на такой стадии из квантовых флуктуаций поля инфлатона могут быть получены наблюдаемые неоднородности в распределении материи и анизотропия температуры реликтового излучения. Амплитуда этих неоднородностей (на уровне 10^{-4}) хорошо известна из измерений реликтового излучения. Из данных наблюдений Planck [4] и WMAP [2] известно, что спектр скалярных возмущений почти плоский и даже измерен его наклон. Кроме того, поставлено ограничение на амплитуду тензорных возмущений. Уже эти данные позволяют исключить часть моделей инфляции, в частности, инфляцию на квадратичном потенциале, изначально предложенную А. Линде [6]. Также из наблюдений было получено, что возмущения являются гауссовыми и адиабатическими, и были поставлены серьезные ограничения на их негауссовость и амплитуду возмущений постоянной кривизны. Все это означает, что наиболее предпочтительными моделями инфляции на сегодняшний день являются модели с од-

ним полем инфлатона с почти плоским потенциалом. Такое поле (даже с экспоненциально плоским потенциалом) может быть естественным образом получено в моделях с модифицированным гравитационным сектором, таких как модель Старобинского [7] (исторически первая предложенная модель инфляции) и инфляция на поле Хиггса [8]. Одна из задач данной диссертации связана с изучением частного случая модели Старобинского и с построением класса моделей со спонтанно нарушенной масштабной инвариантностью, также приводящих к экспоненциально плоскому потенциалу инфлатона.

Как уже упоминалось, пока никакие экспериментальные данные напрямую не требуют модификации эйнштейновской теории гравитации. Однако этого требуют теоретические проблемы, связанные с многочисленными попытками построить непротиворечивую квантовую теорию гравитации. Кроме того, общая теория относительности предсказывает даже на классическом уровне существование сингулярностей как внутри черных дыр, так и в прошлом, в момент Большого взрыва. Теория Эйнштейна может быть проквантована обычными методами только в пределе слабых гравитационных полей, что соответствует возможности рассматривать линейную теорию гравитационного поля (метрики). Эта теория описывает безмассовую частицу спина 2, названную гравитоном. Учет взаимодействия гравитонов при помощи обычной техники диаграмм Фейнмана приводит к тому, что для сокращения возникающих расходимостей необходимо добавление в лагранжиан бесконечного числа дополнительных слагаемых, что означает неперенормируемость теории. Несмотря на то, что по указанной причине ОТО не может рассматриваться как окончательная теория, в низкоэнергетическом пределе при энергиях значительно меньших планковских можно работать с эффективной теорией, учитывающей толь-

ко первые квантовые поправки к ОТО. Действие такой теории имеет вид:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left(-\frac{M_P^2}{2} R + \alpha R^2 + \frac{\beta}{M_P^2} R^3 + \dots \right). \quad (1)$$

Здесь $\alpha, \beta, \dots \sim 1$ – произвольные безразмерные константы, M_P – редуцированная масса Планка, R – скаляр кривизны. Слагаемые типа $R_{\mu\nu\lambda\rho} R^{\mu\nu\lambda\rho}$, $R_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$, разрешенные симметриями теории (общей ковариантностью), приводят к нарушению унитарности соответствующей квантовой теории, поэтому не включаются в эффективное действие. При наличии скалярного поля в теории (а в Стандартной модели это поле Браута – Энглера – Хиггса \mathcal{H}) оно благодаря квантовым поправкам в искривленном пространстве неизбежно приобретает неминимальное взаимодействие с гравитацией [9]. В частности, действие для поля Хиггса принимает вид

$$S_H = \int \sqrt{-g} d^4x \left(\xi R \mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} + D^\mu \mathcal{H}^\dagger D_\mu \mathcal{H} - \lambda \left(\mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} - \frac{v^2}{2} \right)^2 \right) \quad (2)$$

где $\xi \lesssim 1$ – натуральное значение этой новой константы связи в эффективной теории. В данной диссертации будет рассмотрен частный случай $\xi = 1/6$, который на классическом уровне рассмотрения выделен наличием дополнительной конформной симметрии кинетического члена поля Хиггса.

Исторически первая модель инфляции была предложена А. Старобинским [7]. Действие для гравитации в этой модели имеет вид:

$$S = -\frac{M_P^2}{2} \int \sqrt{-g} d^4x \left(R - \frac{R^2}{6\mu^2} \right), \quad (3)$$

где параметр μ определяется наблюдаемой амплитудой скалярных возмущений: $\mu = 1.3 \times 10^{-5} M_P$. Несмотря на то, что действие (3) похоже на первые два слагаемых (1), сложно интерпретировать слагаемое R^2 , дающее инфляцию, как квантовую поправку к исходному действию

эйнштейновской гравитации из-за того, что соответствующий параметр α должен быть порядка 10^{10} , что является неестественно большим значением, далеким от единицы. Тем не менее, такая модификация гравитации не исключена, и модель Старобинского остается одной из самых популярных моделей инфляции. Интересно, что в этой модели естественным образом происходит переход от инфляции к горячей Вселенной: инфлатон скатывается в минимум потенциала, осциллирует вокруг него, а потом распадается на бозоны Хиггса. Последние дают горячую плазму из релятивистских частиц Стандартной модели с температурой порядка 10^9 ГэВ [7]. Особый случай конформной связи поля Хиггса со скаляром кривизны, который будет исследован далее, определяющим образом влияет именно на разогрев Вселенной. Дополнительная симметрия запрещает распад инфлатона на бозоны Хиггса, в результате чего разогрев происходит позже за счет квантовой конформной аномалии калибровочных бозонов. Температура разогрева оказывается ниже, что приводит к некоторым потенциально наблюдаемым эффектам. Во-первых, несколько изменяются предсказания для наклона спектра скалярных возмущений. Во-вторых, наблюдение (или отсутствие) специфического сигнала в области спектра гравитационных волн, доступной детекторам будущего поколения, позволит подтвердить или, наоборот, исключить обсуждаемую модель. В-третьих, более точные измерения масс бозона Хиггса и топ-кварка на коллайдерах также могут исключить данную модель из-за возможной нестабильности в ней электрослабого вакуума на промежуточной стадии между инфляцией и разогревом.

Неминимальная (конформная) связь поля Хиггса с гравитацией может быть интерпретирована как квантовая поправка к стандартному кинетическому члену. Интересно при этом, что конформный слу-

чай $\xi = 1/6$ соответствует фиксированной точке однопетлевой ренорм-группы для константы связи ξ [9]. В этом смысле конформная связь является натуральным и стабильным относительно первых квантовых поправок случаем, в отличие от минимальной связи.

Масштабная инвариантность Стандартной модели в пределе высоких энергий (больших, чем вакуумное среднее поля Хиггса) на классическом уровне вызывает интерес к поискам такой модификации гравитации, которая при планковских энергиях становится также масштабно инвариантной (см., например, [10] и ссылки в этой работе). При более низких энергиях симметрия нарушена спонтанно. В данной диссертации рассмотрен класс моделей, в которых масса Планка дается вакуумным средним нового скалярного поля. При этом действие для гравитации и скаляра X пишется в виде:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2} [(\partial_\mu X)^2 - \xi X^2 R], \quad (4)$$

где ξ – вообще говоря, произвольный безразмерный параметр. В фазе нарушенной симметрии $\xi \langle X \rangle^2 = M_P^2$, поэтому при низких энергиях воспроизводится действие ОТО. Далее будут изучаться все возможные варианты инфляции в моделях со спонтанно нарушенной масштабной инвариантностью: инфляция, вызываемая членом R^2 , непрерывный переход в пространстве параметров к инфляции на поле Хиггса, а также инфляция на скалярном поле с масштабно инвариантным потенциалом общего вида.

Для наблюдательной идентификации конкретной модели инфляции важной является следующая общая черта этого класса моделей: спонтанно нарушенная масштабная инвариантность означает существование безмассового голдстоуновского бозона – скаляра, который в дальнейшем будет называться дилатоном. Если он рождается в ран-

ней Вселенной в достаточном количестве, то такая релятивистская степень свободы влияет на динамику расширения Вселенной как дополнительная «темная» радиация. Данные о первичном нуклеосинтезе во Вселенной дают самое сильное ограничение на число релятивистских степеней свободы на момент образования гелия. Как будет показано далее, это ограничение позволяет исключить часть пространства параметров масштабно инвариантных моделей. Кроме того, те же данные о нуклеосинтезе указывают на присутствие небольшого количества дополнительной радиации [11], помимо частиц Стандартной модели. Представляет интерес то, что в случае инфляции, определяемой членом R^2 в действии, при разогреве Вселенной рождается как раз нужное количество дилатонов для объяснения этого небольшого отклонения от Стандартной модели.

В различных моделях рождается разное количество дилатонов. Это связано в основном с разницей механизмов разогрева Вселенной и, как следствие, с разницей температур начала горячей стадии. Температура разогрева не должна быть слишком низкой, иначе оказывается, что инфлатон полностью распадается на дилатоны, в результате чего обычная материя не рождается. Далее также будет получено ограничение на температуру разогрева в масштабно инвариантных моделях инфляции.

Еще одна причина интереса к масштабно инвариантным моделям инфляции в том, что они позволяют получить естественным образом потенциал инфлатона с экспоненциально плоским плато. Предсказания для спектра возмущений в этом случае лучше всего согласуются с данными наблюдений WMAP и Planck, находясь в центре разрешенной области. Интересно, что похожие потенциалы получаются также и в классе моделей с конформной инвариантностью при высоких энер-

гиях [12]. Хотя все эти выводы сделаны на классическом уровне рассмотрения, есть работы, в которых изучались квантовые поправки к инфляции на плоском потенциале. Например, в [13] было показано, что в той области, где происходит инфляция, эти поправки невелики благодаря приближенной сдвиговой симметрии потенциала.

Модификации гравитации интересны также с точки зрения объяснения темной энергии. В отличие от инфляции, которая происходит на масштабе высоких энергий, современное ускорение расширения Вселенной может быть получено, если изменить действие для гравитации на очень больших пространственных масштабах, соответствующих малым значениям скаляра кривизны. Обычно рассматривают теории с действием

$$S = \frac{M_{\text{P}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} F(R), \quad (5)$$

где произвол функции $F(R)$ ограничивается следующими требованиями. Во-первых, должен восстанавливаться предел обычной эйнштейновской гравитации с космологической постоянной Λ : $F(R) \approx R - 2\Lambda$ при обычных (промежуточных) значениях кривизны. Во-вторых, необходимо выполнение условий классической и квантовой стабильности: $F'(R) > 0$, $F''(R) > 0$. В-третьих, $F''(R) > \text{const}$ должна быть ограничена снизу, чтобы избежать сингулярностей при больших значениях кривизны [14]. Это условие автоматически выполняется, если разложение $F(R)$ при большой кривизне содержит член R^2 . Наконец, чтобы модификация гравитации не сводилась просто к добавлению космологической константы, интересно рассматривать случай, когда в пределе пространства Минковского космологическая константа исчезает, то есть $F(0) = 0$. Всем этим условиям удовлетворяет, в частности, пред-

ложенная А. Старобинским зависимость [15]:

$$F(R) = R + \lambda R_0 \left(\left(1 + \frac{R^2}{R_0^2} \right)^{-n} - 1 \right) + \frac{R^2}{6M^2}. \quad (6)$$

Интересно, что при конкретном выборе M эта функция может приводить также и к инфляционной стадии в ранней Вселенной. Такая модификация гравитации описывает одновременно инфляцию и современное ускоренное расширение Вселенной за счет того, что в ней возникает дополнительная скалярная степень свободы (называемая скалярном). Известно [16, 17], что $F(R)$ -гравитация может быть сведена заменой переменных к обычной гравитации со скалярным полем, которое взаимодействует со следом тензора энергии-импульса и имеет нетривиальный потенциал.

Темная энергия, описываемая модифицированной гравитацией, будет отличаться от космологической постоянной. Во-первых, ее уравнение состояния только приближенно описывается выражением $p/\rho = \omega = -1$, где p – давление, а ρ – плотность среды. Во-вторых, в таких моделях ω зависит от времени и даже бывают моменты, когда $\omega < -1$ [18]. Связанные с этим эффекты потенциально могут проявиться в будущих экспериментах при более точном измерении параметра уравнения состояния и его эволюции.

Помимо уравнения состояния $F(R)$ -гравитация теоретически может проявлять себя в астрофизике. В недавних работах [19, 20] для функции (6) утверждается, что в сжимающихся объектах возникают осцилляции кривизны, которые могут стать большими и нелинейными. Последние, согласно выводам [19, 20], могут рождать частицы Стандартной модели в том числе и очень высоких энергий, близких к обрезаю GZK (10^{19} эВ). Более того, в этих работах сделана оценка потока этих частиц на Земле, который оказался близким или даже большим,

чем наблюдаемый поток космических лучей. В данной диссертации вышеупомянутый результат проверяется и ставится под сомнение по нескольким причинам.

Во-первых, далее будет рассмотрен процесс квантового рождения частиц в сжимающейся благодаря джинсовской неустойчивости среде. Эффект связан с тем, что в модели (6) скалярон во внешней среде ведет себя как хамелеон – частица с массой, зависящей от плотности: чем больше плотность, тем больше масса. Такие частицы в принципе могут рождаться при нарушении адиабатичности. Далее будет показано, что этот процесс может быть полностью аналитически описан, и при правильной физической интерпретации ответа приходится сделать вывод, что частиц рождается пренебрежимо мало при разумных значениях параметров модели.

Во-вторых, в данной диссертации будет рассмотрено также классическое рождение частиц осцилляциями кривизны, в точности как в работах [19, 20], но с другими, физически обоснованными, начальными условиями для скалярона. Коррекция начальных условий приводит к параметрически меньшей амплитуде осцилляций для начальной плотности среды, значительно превышающей современную критическую плотность Вселенной. Следовательно, интересный эффект рождения частиц возможен лишь при малых плотностях, близких к критической, и относится к современному образованию структур во Вселенной.

В-третьих, главный вопрос к работам [19, 20] связан с корректностью применения в них приближения однородной идеальной жидкости для среды. В диссертации далее будет показано, что для описания нелинейных осцилляций кривизны в моменты времени, когда скалярон имеет большую эффективную массу (и когда как раз рождаются частицы), нельзя пользоваться однородным приближением. Будет

сделана оценка вне рамок этого приближения, показывающая, что количество рождающихся частиц высоких энергий снова пренебрежимо мало.

По-видимому, очень интересная и нетривиальная возможность обнаружить модифицированную $F(R)$ -гравитацию через рождение частиц космических лучей при образовании структур во Вселенной на самом деле оказывается нереалистичной, а значительные результаты для потока в [19, 20] являются артефактом применения приближения однородной среды там, где оно не выполняется.

Диссертация организована следующим образом. В первой главе рассматривается модель инфляции Старобинского с конформным полем Хиггса. Сначала воспроизводится хорошо известный метод работы с такой теорией, связанный с переходом к эйнштейновской системе. Затем во втором параграфе обсуждается разогрев Вселенной за счет распада инфлатона на калибровочные бозоны. В следующих двух параграфах рассматриваются наблюдаемые следствия изучаемой модели: параметры спектра возмущений и гравитационно-волновой сигнал. В последнем параграфе обсуждается вопрос о стабильности вакуума поля Хиггса. Во второй главе разбираются модели инфляции со спонтанно нарушенной масштабной инвариантностью. В начале описывается аналог модели инфляции Старобинского с этой дополнительной симметрией. Вычисляется рождение дилатонов после инфляции во время разогрева. В двух последних параграфах обобщаются результаты о разогреве и количестве темной радиации на другие возможные модели инфляции в рамках концепции спонтанного нарушения масштабной инвариантности. Наконец, в третьей главе рассматривается модель $F(R)$ -гравитации, объясняющая современное ускоренное расширение Вселенной. В первых двух параграфах описываются модель Старо-

бинского для темной энергии и переход к эйнштейновской системе в ней. В третьем и четвертом параграфах проводится вычисление квантового рождения частиц высоких энергий в изучаемой модели. В четвертом и пятом параграфах обсуждается рождение частиц классическими нелинейными осцилляциями кривизны. В последнем параграфе показывается неприменимость используемого в литературе приближения однородной среды для нелинейных осцилляций и, как следствие, сильное подавление для количества частиц высоких энергий в реальной ситуации. Наконец, в заключении диссертации подводится итог проделанной работы.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [21, 22, 23, 24, 25] и доложены на научном семинаре ИЯИ РАН, конференциях «Ломоносов» и «Ломоносовские чтения» (МГУ, 2012), на международных семинарах «Кварки-2012» (Ярославль, 4 – 10 июня, 2012), «Кварки-2014» (Суздаль, 2 – 8 июня, 2012), на международных школах: «Байкальская Школа по Физике Элементарных Частиц и Астрофизике» (Иркутск, 5 – 13 июня, 2012), «Transregio Winter School in Cosmology» (Passo del Tonale, Италия, 7 – 16 декабря, 2012), «Зимняя школа ИТЭФ» (Московская область, Отрадное, 12 – 18 февраля, 2013), «International School for Subnuclear Physics» (Эриче, Италия, 24 июня – 3 июля, 2013), на международном рабочем совещании «Fundamental Issues of the Standard Cosmological Model» (Cargese, Корсика, Франция, 21 – 27 сентября, 2014).

2 Модель инфляции Старобинского с конформным полем Хиггса

Модель инфляции Старобинского в так называемой жордановской системе описывается следующим действием [7]:

$$S = -\frac{M_P^2}{2} \int \sqrt{-g} d^4x \left(R - \frac{R^2}{6\mu^2} \right) + S_{matter} . \quad (7)$$

Здесь мы используем редуцированную массу Планка $M_P = M_{Pl}/\sqrt{8\pi} = 2.4 \times 10^{18}$ ГэВ, а S_{matter} представляет собой действие Стандартной модели. При больших значениях скаляра кривизны R модель (7) приводит к инфляционной стадии в режиме медленного скатывания: дополнительная скалярная степень свободы (называемая *скаляроном*), которая возникает при добавлении члена R^2 к действию для гравитации, играет роль инфлатона. Квантовые флуктуации скалярона замораживаются с амплитудой $\sim \mu$ после выхода за горизонт. Позже они дают начало возмущениям материи, амплитуда которых зафиксирована космологическими наблюдательными данными, так что значение параметра μ равно [30]

$$\mu = 1.3 \times 10^{-5} M_P = 3.1 \times 10^{13} \text{ ГэВ} . \quad (8)$$

После инфляции расширение Вселенной определяется осциллирующим массивным скаляроном, эффективно приводящим к материально-доминированной стадии. Потом осцилляции скалярона распадаются на бозоны Хиггса за счет гравитационного взаимодействия, и горячая стадия Вселенной начинается с температуры разогрева [81]

$$T_{\text{reh}}^{R^2} = 3.1 \times 10^9 \text{ ГэВ} . \quad (9)$$

В этой работе мы рассмотрим модель (7) с конформной связью поля Хиггса и гравитации. Соответствующая часть действия для дубле-

та Хиггса \mathcal{H} такова: (мы опускаем не важные для этого исследования юкавские взаимодействия)

$$S_H = \int \sqrt{-g} d^4x \left(\frac{1}{6} R \mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} + D^\mu \mathcal{H}^\dagger D_\mu \mathcal{H} - \lambda \left(\mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} - \frac{v^2}{2} \right)^2 \right). \quad (10)$$

Заметим, что неминимальное взаимодействие поля Хиггса с гравитацией требуется для перенормируемости модели в искривленном пространстве-времени, а конкретное значение коэффициента $1/6$ является стабильным по отношению к пертурбативным квантовым поправкам.

2.1 Переход к эйнштейновской системе

Хорошо известно, что R^2 -гравитация может быть сведена к обычной эйнштейновской гравитации конформным преобразованием к эйнштейновской системе

$$g_{\mu\nu} \rightarrow e^{\sqrt{2/3}\phi/M_P} g_{\mu\nu}. \quad (11)$$

При этом действие (7) принимает вид [16]

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left(-\frac{M_P^2}{2} R + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right) + \tilde{S}_{matter},$$

$$V(\phi) = \frac{3\mu^2 M_P^2}{4} \left(1 - e^{-\sqrt{2/3}\phi/M_P} \right)^2.$$

Здесь \tilde{S}_{matter} — конформно преобразованное действие материи (полей Стандартной модели). Любая неинвариантность относительно конформного преобразования в секторе материи означает взаимодействие между скаляроном и частицами Стандартной модели.

2.2 Разогрев Вселенной за счет конформной аномалии калибровочных полей

В нашей модели (7), (10) поле Хиггса является конформным, поэтому оно не взаимодействует со скаляроном. Самое сильное взаимодействие

между скаляроном и полями Стандартной модели можно ожидать из конформной аномалии калибровочных полей. Конформное преобразование (11) дает взаимодействие скалярона со следом тензора энергии-импульса материи T_μ^μ :

$$S_{int} = \int \sqrt{-g} d^4x \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{\phi}{M_P} T_\mu^\mu . \quad (12)$$

Вклад (12) возникает благодаря квантовой конформной аномалии (см. также [31]):

$$T_\mu^\mu = \frac{\beta(\alpha)}{4\alpha} (F_{\mu\nu}^a)^2, \quad \beta(\alpha) = \frac{b_\alpha \alpha^2}{2\pi} . \quad (13)$$

Здесь $F_{\mu\nu}^a$ – тензор калибровочного поля, а b_α – первые коэффициенты β -функций для соответствующих калибровочных констант связи α ; для констант СМ калибровочных групп $U(1)_Y$, $SU(2)_W$ и $SU(3)_c$ эти коэффициенты равны $\frac{41}{6}$, $-\frac{19}{6}$ и -7 соответственно.

В результате ширина распада скалярона на калибровочные бозоны

$$\Gamma_{\phi \rightarrow 2 \text{ bosons}} = \frac{b_\alpha^2 \alpha^2 N_{\text{adj}}}{768 \pi^3} \frac{\mu^3}{M_P^2} , \quad (14)$$

где $N_{\text{adj}} = 1, 3, 8$ для $U(1)_Y$, $SU(2)_W$ и $SU(3)_c$ калибровочных взаимодействий соответственно. Значения констант связи должны быть взяты на масштабе энергий $\mu/2$. Мы получили их с использованием численного кода [32], работающего с трехпетлевыми β -функциями из [33].

Скаляроны распадаются в основном на глюоны, которые тут же перерассеиваются, давая все остальные частицы Стандартной модели. Полная ширина распада скалярона в нашей модели с конформным полем Хиггса примерно в 140 раз меньше, чем в модели с минимальной связью Хиггса с гравитацией. В общем случае, если взаимодействие поля Хиггса с гравитацией имеет вид $L_{\text{int}} = \xi R \mathcal{H}^\dagger \mathcal{H}$, то мы получаем

для полной ширины распада скалярона

$$\Gamma_\phi = \frac{\mu^3}{192\pi M_P^2} \left[\frac{\sum b_i^2 \alpha_i^2 N_i^{\text{adj}}}{4\pi^2} + 4(1 - 6\xi)^2 \right], \quad (15)$$

где сумма в скобках берется по калибровочным группам Стандартной модели. Распад на калибровочные поля доминирует при $|\xi - 1/6| < 0.007$.

Мы определяем температуру разогрева Вселенной после инфляции как температуру в момент равенства плотностей энергии скаляронного конденсата и релятивистской материи [81]. Численно получаем

$$T_{\text{reh}} = 1.1 \times g_*^{-1/4}(T_{\text{reh}}) \sqrt{\Gamma_\phi M_P} = 1.4 \times 10^8 \text{ ГэВ}, \quad (16)$$

где эффективное число степеней свободы в плазме частиц Стандартной модели равно $g_*(T_{\text{reh}}) = 106.75$. Для всех других значений ξ , кроме $\xi = 1/6$, температура разогрева выше, чем (16). В частности, для $\xi = 0$ температура разогрева составляет примерно 3.1×10^9 ГэВ [81].

2.3 Параметры скалярных и тензорных возмущений

В обоих вариантах R^2 -инфляции (с обычным и конформным полем Хиггса) потенциал скалярона одинаковый. Поэтому единственная разница в предсказаниях для параметров скалярных и тензорных возмущений, возникших на стадии инфляции, связана с различной продолжительностью инфляции, зависящей от температуры разогрева в моделях (см. детальное обсуждение в [29]). Так как параметры спектра возмущений зависят от температуры разогрева очень слабо (логарифмически), а последняя различается в рассматриваемых моделях всего в 20 раз, эти параметры должны быть получены в следующем порядке приближения по параметрам медленного скатывания.

Соответствующая процедура описана в работах [34, 35]. Для первого приближения обычно используется число е-фолдингов, прошедшее после выхода за горизонт данной моды с конформным импульсом k [8, 26]:

$$N_e = \log \left(\frac{a(k)}{a_e} \right) \approx 53.27 - \frac{1}{3} \log \left(\frac{1.4 \times 10^8 \text{ ГэВ}}{T_{\text{reh}}} \right) . \quad (17)$$

Здесь $a(k)$ и a_e – это масштабный фактор в момент выхода моды k за горизонт и в момент конца инфляции, соответственно. Значение k выбирается так, чтобы получить масштаб импульсов, наблюдаемых WMAP сейчас: $k/a_0 = 0.002 \text{ Мpc}^{-1}$, где a_0 – масштабный фактор в настоящее время.

Для вычислений следующего порядка приближения более удобной мерой количества инфляции после выхода наблюдаемой моды за горизонт является величина [35]

$$\tilde{N}_e = \log \left(\frac{a(k) H(k)}{a_e H_e} \right) , \quad (18)$$

где $H(k)$ и H_e – параметр Хаббла в момент выхода за горизонт и в момент окончания инфляции. Последний момент наступает, когда Вселенная перестает расширяться с ускорением, т. е. когда $\ddot{a} = 0$. Тогда можно получить выражение

$$\tilde{N}_e = 53.80 - \frac{1}{3} \log \left(\frac{1.4 \times 10^8 \text{ ГэВ}}{T_{\text{reh}}} \right) . \quad (19)$$

Величина (18) связана с параметрами медленного скатывания [35] :

$$\tilde{N}_e \approx -\frac{2\sqrt{\pi}}{M_P} \int_{\phi_k}^{\phi_e} \frac{d\phi}{\sqrt{\epsilon(\phi)}} \left(1 - \frac{1}{3} \epsilon(\phi) - \frac{1}{3} \eta(\phi) \right) , \quad (20)$$

где ϕ_k и ϕ_e относятся соответственно к моменту выхода моды за горизонт и к концу инфляции. Введем переменную $\chi = \exp(\sqrt{2/3} \phi/M_P)$

и запишем через нее параметры медленного скатывания в модели R^2 -инфляции (см. также [26]):

$$\epsilon \equiv \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 = \frac{4}{3} \frac{1}{(\chi - 1)^2}, \quad (21)$$

$$\eta \equiv M_P^2 \frac{V''}{V} = \frac{4}{3} \frac{2 - \chi}{(\chi - 1)^2} = \epsilon - \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\epsilon}, \quad (22)$$

$$\zeta^2 \equiv M_P^4 \frac{V'V'''}{V^2} = \frac{4}{3} \epsilon \left(1 - \frac{3}{2} \sqrt{3\epsilon} \right), \quad (23)$$

где штрих означает производную по полю скалярона ϕ . Подставляя (21), (22) в (20), можно получить параметры медленного скатывания как функцию величины

$$N \equiv \frac{4}{3} \tilde{N}_e + \chi_e - 1,$$

а именно:

$$\epsilon = \frac{4}{3} \frac{1}{N^2} + O\left(\frac{\log(N)}{N^3}\right), \quad (24)$$

$$\eta = -\frac{4}{3} \frac{1}{N} + \frac{4}{3} \frac{1}{N^2} + O\left(\frac{\log(N)}{N^3}\right), \quad (25)$$

$$\zeta = \frac{4}{3} \frac{1}{N} + O\left(\frac{\log(N)}{N^3}\right). \quad (26)$$

Численно из уравнений Фридмана для момента окончания инфляции можно получить $\chi_e \approx 4.6$, и параметры медленного скатывания в этот момент оказываются достаточно малыми: $\epsilon_e \approx 0.10$, $\eta_e \approx 0.27$, что оправдывает использование приближенной формулы (20) (точное выражение приведено в [35]).

Наклоны спектров скалярных и тензорных возмущений ($1-n_s$) и n_T , а также отношение амплитуд тензорных и скалярных возмущений r в

следующем за лидирующим порядке даются формулами [34, 35]

$$1 - n_s = 6\epsilon - 2\eta - \frac{2}{3}\eta^2 + 0.374\zeta^2 = \frac{8}{3}\frac{1}{N} + \frac{4.813}{N^2} + O\left(\frac{\log(N)}{N^3}\right), \quad (27)$$

$$r = 16\epsilon = \frac{64}{3}\frac{1}{N^2} + O\left(\frac{\log(N)}{N^3}\right), \quad (28)$$

$$n_T = -2\epsilon = -\frac{8}{3}\frac{1}{N^2} + O\left(\frac{\log(N)}{N^3}\right). \quad (29)$$

Наконец, подставляя (16), (19) в (27)-(29) получаем предсказания космологических параметров спектра возмущений. Они представлены в Таблице 1 вместе с аналогичными предсказаниями двух других

Модель	$T_{\text{reh}}, \text{ГэВ}$	n_s	r	n_T
$R^2, \xi = 1/6$	1.4×10^8	0.9638	0.0038	-0.00047
$R^2, \xi = 0$	3.1×10^9 [81]	0.9644	0.0036	-0.00045
Хиггс-инфляция	6×10^{13} [8]	0.9664	0.0032	-0.00040

Таблица 1: Предсказания для параметров спектра возмущений в следующем за лидирующим порядке приближения по параметрам медленного скатывания.

моделей, имеющих тот же потенциал на инфляционной стадии: R^2 -инфляция с полем Хиггса, минимально связанным с гравитацией (7) и инфляция на поле Хиггса [68]. Для последних двух моделей мы воспроизвели результаты работы [29], полученные в главном порядке по параметрам медленного скатывания. Абсолютная погрешность результата порядка $1/N^2 \simeq 10^{-3}$. При этом наши вычисления наклона спектра отличаются от [29] как раз примерно на это число.

Для всех трех моделей значения n_s и r лежат внутри области, разрешенной комбинированным анализом всех современных космологических данных [36]. Абсолютная погрешность следующего порядка приближения $\log(N)/N^3 = 10^{-5}$ достаточна для того, чтобы можно было

различить три обсуждаемые модели, измеряя четвертый знак в n_s и r . Благодаря более низкой температуре разогрева предсказания нашей модели немного сильнее отличаются от инфляции на Хиггсе, чем предсказания R^2 -инфляции с минимальной связью между полем Хиггса и гравитацией. Так, будущие эксперименты имеют больше шансов отличить наш вариант модели Старобинского от инфляции на Хиггсе, если сигнал окажется в правильной области.

2.4 Гравитационно-волновой сигнал

В нашей модели есть два источника гравитационных волн: флуктуации метрики на инфляционной стадии и образование структур из скалярона на материально-доминированной стадии после инфляции. Обсудим их по порядку.

Первый источник существует в любой модели инфляции. В обсуждаемой модели он приводит к тензорным возмущениям с плоским спектром после инфляции (отклонение от плоскостности характеризуется значениями n_T из Таблицы 1). В расширяющейся Вселенной возмущения с длиной волны меньше горизонта начинают эволюционировать. Плотность энергии тензорных мод под горизонтом меняется как плотность радиации, т. е. как $1/a^4$. Так как на пост-инфляционной стадии во Вселенной доминирует скаляронный конденсат с плотностью энергии, меняющейся как $1/a^3$, относительный вклад подгоризонтных гравитационных волн падает как $1/a$ вплоть до разогрева Вселенной, после чего остается константой. Поэтому можно ожидать излом в спектре гравитационных волн на частоте f_* , определяемой размером горизонта в момент разогрева H_{reh} . Последний связан с температурой

разогрева уравнением Фридмана:

$$H_{\text{reh}} = \frac{\pi}{\sqrt{90}} \frac{g_*(T_{\text{reh}}) T_{\text{reh}}^2}{M_P}. \quad (30)$$

Относительный вклад тензорных мод конформного импульса

$$k > k_{\text{reh}} = \frac{H_{\text{reh}}}{a_{\text{reh}}}$$

оказывается подавленным. В настоящее время k_{reh} соответствует физическому импульсу

$$p_* = \frac{k_{\text{reh}}}{a_0} = \frac{a_{\text{reh}}}{a_0} H_{\text{reh}}. \quad (31)$$

Используя сохранение энтропии в сопутствующем объеме, получим

$$\frac{a_{\text{reh}}}{a_0} = \frac{T_0}{T_{\text{reh}}} \left(\frac{g_*(T_0)}{g_*(T_{\text{reh}})} \right)^{1/3} \quad (32)$$

где число релятивистских степеней свободы в настоящий момент $g_*(T_0) = 3.91$ в момент разогрева $g_*(T_{\text{reh}}) = 106.75$ [26]. Затем, подставляя (32) и (30) в (31) получаем выражение для наблюдаемой сейчас частоты, где ожидается излом в спектре гравитационных волн, см. Рис. 1:

$$f_* = \frac{p_*}{2\pi} = 2.8 \text{ Hz} \left(\frac{T_{\text{reh}}}{1.4 \times 10^8 \text{ ГэВ}} \right). \quad (33)$$

Второй источник гравитационных волн – неоднородности скалярона. Подгоризонтные моды на промежуточной материально-доминированной стадии растут пропорционально масштабному фактору и имеют достаточно времени для того, чтобы выйти на нелинейную стадию эволюции до разогрева [29]. Это означает, что гравитационные волны могут излучаться при образовании сгустков скалярона, при их объединении и последующем испарении [37, 38]. Ожидается, что последний процесс приводит к самой большой амплитуде гравитационных волн, поэтому он интересен с наблюдательной точки зрения. Испарение происходит,

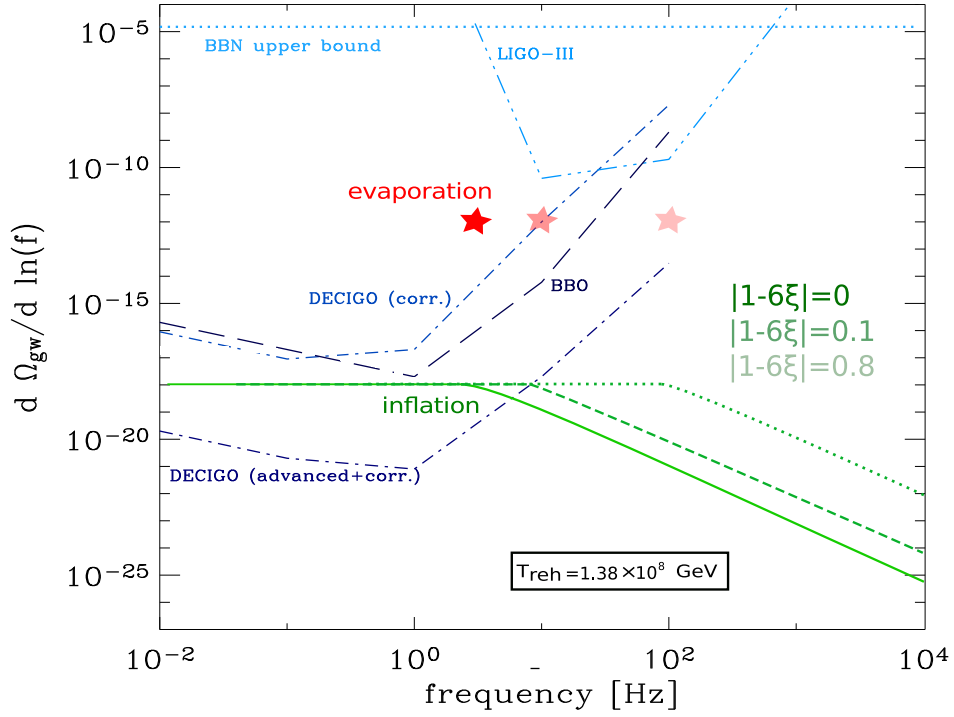


Рис. 1: Плотность энергии гравитационных волн (в единицах современной критической плотности) Ω_{gw} как функция частоты и проектируемые чувствительности будущих гравитационно-волновых детекторов: LIGO [39], BBO [40], DECIGO [41]. График показывает гравитационно-волновой сигнал от инфляции (сплошная линия) и от испарения структур (звезда); результаты представлены для трех различных значений неминимальной связи поля Хиггса ξ .

когда скалярон распадается на релятивистские частицы Стандартной модели. Это неравновесный процесс, при котором возникает ненулевая поперечно-бесследовая часть тензора энергии-импульса, являющаяся источником гравитационных волн. Типичная частота таких гравитационных волн на момент излучения оказывается равной H_{reh} [37]. Потом она испытывает красное смещение и в настоящий момент совпадает с f_* из (33). Амплитуда сигнала не зависит от температуры разогрева [37]. Оценка в работе [38] дает для относительного вклада гравитационных волн в современную плотность энергии $\Omega_{gw} \sim 4 \times 10^{-13} \varepsilon$, где $\varepsilon < 1$ – эффективный фактор, связанный с мерой несферичности испарения структур. Возможный сигнал показан на Рис. 1.

Похожий сигнал ожидается [29] в R^2 -инфляции с минимальным взаимодействием между полем Хиггса и гравитацией. Однако частота этого сигнала будет выше в $T_{\text{reh}}^{R^2}/T_{\text{reh}}$ раз. Этот вывод относится и к положению излома в спектре гравитационных волн от инфляции. Из Рис. 1 видно, что эти сигналы окажутся недоступны наблюдению будущими детекторами либо будут на пределе их чувствительности. Интересно, что в нашей модели сигнал от испарения структур оказывается как раз в области, доступной для проверки с помощью таких детекторов как BBO [40] и DECIGO [41], см. Рис. 1. Это независимая проверка нашей модели: особенности спектра гравитационных волн, если таковые будут обнаружены, могут позволить вычислить температуру разогрева Вселенной.

2.5 Стабильность электрослабого вакуума

Так как мы модифицировали Хиггсовский сектор добавлением конформной связи с гравитацией, мы обязаны заново поставить вопрос о стабильности электрослабого вакуума поля Хиггса в этой модели. Для этого нужно исследовать эффективный потенциал поля Хиггса, который в унитарной калибровке $\mathcal{H}^T = (0, (h + v)/\sqrt{2})$ при больших $h \gg v = 246.2 \text{ ГэВ}$ имеет вид

$$V(h) = \frac{\lambda(h)}{4} h^4 - \frac{1}{12} R h^2 . \quad (34)$$

Здесь $\lambda(h)$ является решением уравнений ренормгруппы Стандартной модели, где масштаб перенормировки заменен на поле Хиггса h [42, 43]. При больших h самодействие $\lambda(h)$ может оказаться отрицательным, что означает метастабильность электрослабого вакуума. Коэффициент $1/12$ в первом приближении не приобретает квантовых поправок, так как для этого значения однопетлевая бета-функция обра-

щается в ноль [44]. Для однородной, изотропной и плоской Вселенной

$$R = -12 H^2 - 6 \dot{H} , \quad (35)$$

где точка означает производную по времени. На радиационно-доминированной стадии $R = 0$ и на материально-доминированной $R = -3 H^2 < 0$. Это означает, что конформная связь поля Хиггса только увеличивает область стабильности электрослабого вакуума по сравнению с минимальной моделью.

Метастабильность потенциала Хиггса еще не означает неприменимость теории. Более слабое требование – чтобы время жизни вакуума по отношению к туннелированию (в том числе при высокой температуре) было больше возраста Вселенной. Это условие удовлетворяется для массы бозона Хиггса, обнаруженного на ЛНС [45, 46]:

$$M_h = 125.09 \pm 0.24 \text{ ГэВ} \quad [50] \quad (36)$$

В нашей модели наиболее интересное ограничение на массу бозона Хиггса берется из анализа эволюции флуктуации поля Хиггса на материально-доминированной стадии осцилляций скалярона после инфляции. В течение небольших периодов времени порядка $\Delta t \sim 1/\mu$ скаляр кривизны положителен:

$$R \simeq -\frac{4}{3t^2} (1 - 3 \cos(2\mu t)) . \quad (37)$$

На это время потенциал оказывается нестабильным, что может приводить к росту флуктуации поля Хиггса и скатыванию последнего в «неправильный» вакуум. Проанализируем этот процесс.

К концу инфляции флуктуация поля Хиггса принимает значение $h \sim H$. Эта оценка может быть получена из статистического подхода, см. [48, 49]. Сопутствующая вероятность $P_c(h, t)$ для поля иметь значе-

ние h в момент времени t удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial P_c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial h} \left[\frac{H^3}{8\pi^2} \frac{\partial P_c}{\partial h} + \frac{V'(h)}{3H} P_c \right]. \quad (38)$$

Если проинтегрировать его по h и ввести корреляторы

$$\langle h^2 \rangle = \int h^2 P_c(h, t) dh, \quad \langle h V'(h) \rangle = \int h V'(h) P_c(h, t) dh,$$

то это уравнение примет вид

$$\frac{d}{dt} \langle h^2 \rangle = \frac{H^3}{4\pi^2} - \frac{2}{3H} \langle h V'(h) \rangle. \quad (39)$$

Пренебрегая зависимостью λ от h и считая возмущения гауссовыми (так как λ достаточно мало), можно упростить $\langle h V'(h) \rangle \simeq 3\lambda \langle h^2 \rangle^2 + 2H^2 \langle h^2 \rangle$ и получить

$$\frac{d}{dt} \langle h^2 \rangle = \frac{H^3}{4\pi^2} - \frac{2\lambda}{H} \langle h^2 \rangle^2 - \frac{4H}{3} \langle h^2 \rangle. \quad (40)$$

Флуктуация $\langle h^2 \rangle$ растет со временем и достигает максимума, когда правая часть уравнения (40) равна нулю:

$$\sqrt{\langle h^2 \rangle_{max}} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} H. \quad (41)$$

После инфляции поле Хиггса, стартуя со значения (41), эволюционирует, подчиняясь классическому уравнению движения:

$$\ddot{h} + 3H \dot{h} + \left(-\frac{1}{6} R + \lambda(h) h^2 \right) h = 0, \quad (42)$$

где $R(t)$ задается уравнением Eq. (37). При малых временах t доминирует первый член в скобках, связанный с кривизной, и поле падает с начального значения (41) как $h \propto t^{-1/3} \propto 1/\sqrt{a}$. Однако в какой-то момент второй член становится больше ($\lambda h^2 \propto t^{-2/3}$ падает медленнее, чем $R \propto 2/9t^2$) и если соответствующее значение h оказалось больше, чем максимум эффективного потенциала (34), то оно скатывается

в другой минимум при больших значениях поля Хиггса. Численное решение с $\lambda(h)$, полученного с помощью трехпетлевой ренормгруппы [33], использованной в [32], дает следующий результат: поле Хиггса остается в электрослабом вакууме, если масса бозона Хиггса больше, чем критическое значение

$$M_{\text{crit}} = \tag{43}$$

$$= \left[126.2 + \frac{M_t - 173.2 \text{ ГэВ}}{0.9 \text{ ГэВ}} \times 1.55 - \frac{\alpha_s - 0.1184}{0.0007} \times 0.3 \right] \text{ ГэВ} . \tag{44}$$

Это значение не противоречит обнаруженному на ЛНС сигналу от бозона Хиггса с массой (36).

Мы рассматривали только классическую эволюцию поля Хиггса, но вопрос о квантовом туннелировании также является очень важным, так как последнее, вообще говоря, может привести к нестабильности даже для интересного с точки зрения ЛНС диапазона масс и закрыть модель. Мы исследовали этот вопрос, используя обычный инстантонный подход [51]. За начальное состояние для туннелирования было взято классически эволюционирующее поле. Темп его эволюции порядка параметра Хаббла. В интересующем нас случае темп туннелирования много меньше, чем темп расширения Вселенной. Поэтому мы можем считать начальное состояние h_{in} стационарным, что означает, что потенциал в точке h_{in} достаточно плоский, $V'(h_{in}) \approx 0$. Мы аппроксимировали эффективный потенциал Хиггса полиномом четвертой степени, имеющим то же положение минимума ($h_{in}, V(h_{in})$) и максимума ($h_{max}, V(h_{max})$), что и потенциал поля Хиггса. При этом высота барьера остается такой же, а толщина оказывается меньше, чем для реального потенциала. Поэтому мы ожидаем, что темп туннелирования для приближенного потенциала будет больше, чем для

реального.

Мы нашли приближенное инстантонное решение, сшивая полиномиальное решение внутри пузыря новой фазы радиуса R_b с решением линейного уравнения снаружи (пренебрегая самодействием поля Хиггса в этой области), а также его евклидово действие S_E . Вероятность туннелирования в единице объема в единицу времени дается формулой [66]

$$\Gamma/\mathcal{V} = D \frac{S_E^2}{4\pi^2} e^{-S_E} , \quad (45)$$

где размерный параметр D берется из скалярного детерминанта. Он определяется по порядку величины размером туннелирующей конфигурации: $D \sim R_b^{-4}$. Мы перебирали массу Хиггса с шагом 0.1 ГэВ, начиная с центрального значения (43) и используя центральные значения массы топ-кварка и α_s . Для каждого значения массы Хиггса мы вычисляли темп туннелирования как функцию начального момента времени t_{in} . Начальное состояние $h_{in} = h(t_{in})$ получалось решением классического уравнения движения (42). Из требования, чтобы темп туннелирования поля внутри объема, равного горизонту, был всегда много меньше, чем параметр Хаббла, мы получили наименьшее значение критической массы бозона Хиггса

$$M_{\text{crit}} = 126.6 \text{ ГэВ} , \quad (46)$$

что сдвигает классическую оценку (43) всего на 0.4 ГэВ. Если масса бозона Хиггса больше, чем оценка (46), в нашей модели не происходит ни туннелирования, ни скатывания поля Хиггса в неправильный вакуум.

3 Модели со спонтанным нарушением масштабной инвариантности: инфляция и разогрев

В физике частиц все перенормируемые теории оказываются масштабно инвариантными в пределе высоких энергий, что означает безразмерность всех констант связи. В частности, Стандартная модель имеет только один размерный параметр – вакуумное среднее поля Хиггса $v = 246.2 \text{ ГэВ}$, то есть при энергиях, много больших, чем этот масштаб, теория может считаться масштабно инвариантной. Хотя квантовые поправки нарушают масштабную инвариантность, в литературе часто встречаются спекуляции о ее восстановлении в пределе высоких (планковских) энергий. Это помогает решить проблему натуральности массы бозона Хиггса [52], которая связана с квадратичными расходимостями, см. также [53]. Предположение о спонтанном нарушении масштабной инвариантности позволяет получить обычную низкоэнергетическую физику, в которой присутствуют размерные параметры.

Концепция спонтанного нарушения масштабной инвариантности может быть рассмотрена и в гравитационном секторе. При этом масса Планка в нарушенной фазе должна даваться вакуумным средним нового скалярного поля X . Наиболее общий вид масштабно инвариантного действия для гравитации (в унитарной теории) дается формулой

$$S_0 = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2} [\beta R^2 + (\partial_\mu X)^2 - \xi X^2 R], \quad (47)$$

где $\beta, \xi > 0$. Когда симметрия нарушается, поле X приобретает ненулевое вакуумное среднее, и последнее слагаемое дает обычное действие Эйнштейна-Гильберта для гравитации. В такой теории в силу теоремы Голдстоуна возникает безмассовая частица – дилатон, являющийся

Намбу-Голдстоуновским бозоном спонтанно нарушенной масштабной инвариантности. В этой главе мы рассмотрим различные варианты инфляции в рамках этого подхода и рождение дилатонов на постинфляционной стадии.

3.1 Масштабно инвариантная R^2 -гравитация: инфляция на поле скалярона

Начнем с рассмотрения масштабного инвариантного расширения модели Старобинского с действием (47). Следуя работе [64] мы введем новые скаляры ζ и \mathcal{R} и получим эквивалентную форму действия (47):

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2}(\beta \mathcal{R}^2 + (\partial_\mu X)^2 - \xi X^2 \mathcal{R}) - \zeta \mathcal{R} + \zeta R \right]. \quad (48)$$

Отынтегрировав поле \mathcal{R} , не имеющее кинетического слагаемого, получим:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\zeta R + \frac{1}{2}(\partial_\mu X)^2 - \frac{1}{2\beta}(\zeta + \frac{1}{2}\xi X^2)^2 \right]. \quad (49)$$

После этого переходим к эйнштейновской системе с помощью конформного преобразования $g_{\mu\nu} \rightarrow \tilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2 g_{\mu\nu}$, где $\Omega^2 = -2\zeta/M_P^2$. В дальнейшем мы будем опускать тильды, подразумевая, что все величины должны быть получены из метрики $\tilde{g}_{\mu\nu}$. Действие в новой метрике имеет вид:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{M_P^2}{2} R + \frac{6M_P^2}{2\omega^2} [(\partial_\mu \omega)^2 + (\partial_\mu X)^2] - \frac{M_P^4}{8\beta} \left(1 - \frac{6\xi X^2}{\omega^2} \right)^2 \right], \quad (50)$$

где $\omega = \sqrt{6}M_P\Omega$, и редуцированная масса Планка M_P определена через ньютоновскую постоянную G_N как $1/M_P^2 = 8\pi G_N$. После замены переменных $\omega = r \sin \theta$, $X = r \cos \theta$ кинетический член K и потенциал

V принимают вид

$$\begin{aligned} K &= \frac{6M_P^2}{2\sin^2\theta} ((\partial_\mu \log r)^2 + (\partial_\mu \theta)^2) , \\ V &= \frac{M_P^4}{8\beta} (1 - 6\xi \cot^2 \theta)^2 . \end{aligned} \quad (51)$$

В новых переменных

$$\rho = \sqrt{6}M_P \log \frac{r}{M_P} , \quad f - f_0 = \sqrt{6}M_P \log \tan \frac{\theta}{2} , \quad (52)$$

получаем

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \rho)^2 \cosh^2 \left(\frac{f_0 - f}{\sqrt{6}M_P} \right) + \frac{1}{2}(\partial_\mu f)^2 , \\ V &= \frac{M_P^4}{8\beta} \left(1 - 6\xi \sinh^2 \left(\frac{f_0 - f}{\sqrt{6}M_P} \right) \right)^2 . \end{aligned} \quad (53)$$

Кинетическая и потенциальная части (53) инвариантны относительно отражения $f \rightarrow 2f_0 - f$. Выбирая один из минимумов потенциала V в точке $f = 0$, найдем константу интегрирования f_0 из

$$\sinh^2 \left(\frac{f_0}{\sqrt{6}M_P} \right) = \frac{1}{6\xi} . \quad (54)$$

Инфляция происходит при значениях поля инфлатона $0 < f < f_0$ (или в зеркальном интервале $f_0 < f < 2f_0$), см Рис. 2. Мы получили точно такой же потенциал инфлатона, как и в [61], поэтому для наклона спектра скалярных возмущений результат будет таким же:

$$n_s \simeq 1 - 8\xi \coth(4\xi N_e) , \quad (55)$$

где N_e – число е-фолдингов от момента выхода наблюдаемой моды $k/a_0 = 0.002 \text{ Мpc}^{-1}$ за горизонт до конца инфляции. Чтобы получить $N_e \approx 55$ е-фолдингов [65] (что соответствует температуре разогрева $3.1 \times 10^9 \text{ ГэВ}$ [81], за счет распада скаляронов на бозоны Хиггса), а

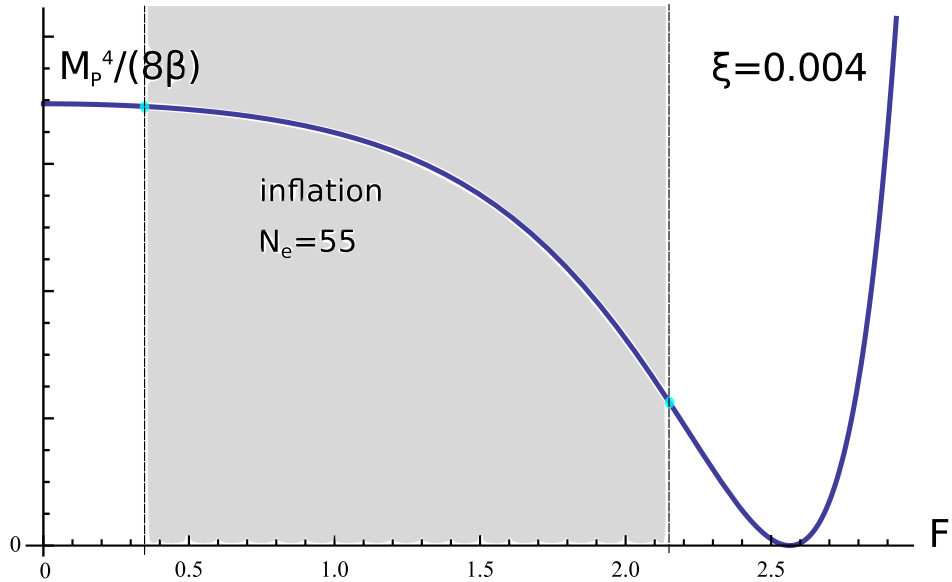


Рис. 2: Потенциал инфлатона: поле $F \equiv (f_0 - f) / (M_P \sqrt{6})$ медленно скатывается от значений $f \simeq f_0$ к минимуму при $f = 0$. Потенциал симметричен относительно отражения $F \rightarrow -F$.

также чтобы наклон спектра оказался в пределах полученного из космологических данных, $n_s = 0.968 \pm 0.006$ [4], необходимо иметь

$$\xi < 0.004, \quad (56)$$

поэтому $f_0 > 6.28 \times M_P$. Чтобы получить правильную амплитуду спектра возмущений мы должны выбрать параметр β (слабо зависящий от ξ) в пределах $(2 - 0.8) \times 10^9$.

3.2 Разогрев и рождение дилатонов

Как уже обсуждалось ранее, после инфляции энергия остается в осцилляциях скалярона вокруг минимума. Взаимодействия скалярона с другими полями приводит к распаду его осцилляций. Когда параметр Хаббла становится порядка ширины распада скалярона, происходит разогрев Вселенной. Скалярон приобретает взаимодействие с любой неконформной частью лагранжиана, см. [81]. В случае Стандартной модели наиболее сильным оказывается взаимодействие с по-

лем Хиггса. Распад скалярона на бозоны Хиггса происходит так же, как и в случае обычной модели Старобинского. Для неминимальной связи Хиггса с гравитацией $-\xi' R H^\dagger H$ получаем [21]

$$\Gamma_H = \left(\frac{1}{6\beta}\right)^{3/2} \frac{4M_P}{192\pi} (1 + 6\xi')^2. \quad (57)$$

Вообще говоря, скалярон в основном распадается на присутствующие в модели скаляры. Кинетический член в (53) дает после канонической нормировки $\rho\sqrt{1 + \xi/6} \rightarrow \rho$ для ширины распада скалярона на дилатоны:

$$\Gamma_\rho = \left(\frac{1}{6\beta}\right)^{3/2} \frac{M_P}{192\pi}. \quad (58)$$

Из уравнений (57), (58) мы видим, что $\Gamma_H/\Gamma_\rho = 4(1 + 6\xi')^2$, что означает такое же отношение плотностей энергии дилатона и Хиггса $\rho_\rho/\rho_H = 1/(4(1 + 6\xi')^2)$ при разогреве. При этом рожденные дилатоны никогда не окажутся в равновесии с плазмой. Остальные механизмы их рождения (например, непertурбативное рождение [62] или рассеяние частиц СМ) оказываются неэффективными. Дилатоны как релятивистские частицы вкладывают в плотность энергии и немного меняют темп расширения Вселенной. В частности, существование дилатона увеличивает эффективное число дополнительных релятивистских степеней свободы в момент нуклеосинтеза [62]:

$$\Delta N_{eff} \simeq 2.85 \frac{\rho_\rho}{\rho_H} = \frac{0.71}{(1 + 6\xi')^2}. \quad (59)$$

Комбинированные данные экспериментов WMAP+eCMB+BAO+H₀ дают для этой величины

$$N_{eff} = 3.84 \pm 0.40, \quad (60)$$

если относительное содержание гелия в плазме фиксировано [2]. При этом результат коллаборации Planck [4] $N_{eff} = 3.14 \pm 0.44$ находится

в согласии с предсказанием Стандартной модели $N_{eff} = 3.046$. Однако после включения независимых измерений современного параметра Хаббла, что было сделано в результате WMAP (60), оценка становится (см. также [58])

$$N_{eff} = 3.71 \pm 0.40 . \quad (61)$$

Таким образом, $\Delta N_{eff} \simeq 1$ еще разрешено космологическими данными. В нашей модели получаем, что $\xi' \lesssim 1$ не противоречит (61). Более того, интересно, что для минимальной связи Хиггса с гравитацией $\xi = 0$ предсказываемое количество темной радиации (59) как раз позволяет объяснить результаты наблюдений (60), (61).

В конформном или близком к конформному случаю $\xi' = -1/6$ Вселенная разогревается за счет распада скалярона на калибровочные поля из-за конформной аномалии [21]. Ширина распада при этом

$$\Gamma_{gauge} = \frac{\Sigma b_i^2 \alpha_i^2 N_i}{4\pi^2} \left(\frac{1}{6\beta} \right)^{3/2} \frac{M_P}{192\pi}. \quad (62)$$

Здесь b_i, α_i, N_i – коэффициенты β -функций, константы связи и число цветов, соответственно, для калибровочных полей СМ. Численно получаем $\Gamma_{gauge} \sim \Gamma_\rho/130$, что означает, что инфлатон распадается в основном на дилатоны, и конформный или близкий к конформному Хиггс в такой модели запрещен.

3.3 Переход от инфляции на поле скалярона к инфляции на поле Хиггса

Чтобы проверить наше исследование неминимально связанного с гравитацией поля Хиггса в контексте R^2 -дилатонной инфляции, необходимо понять, при каких значениях неминимальной связи ξ' поле Хиггса начинает влиять на динамику инфляции. Рассмотрим масштабно ин-

вариантное действие для гравитации, дилатона X и поля Хиггса h в унитарной калибровке,

$$S_0 = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} (\beta R^2 + (\partial_\mu X)^2 - \xi X^2 R - \xi' h^2 R + (\partial_\mu h)^2) - \frac{\lambda}{4} (h^2 - \alpha^2 X^2)^2 \right]. \quad (63)$$

Вакуумное среднее дилатона $\langle X \rangle$ определяет массу Планка (ср. формулы (48) и (50)): $M_P = \sqrt{\xi} \langle X \rangle$, а последний член в (63) дает вакуумное среднее поля Хиггса: $v = \alpha \langle X \rangle$. Верхний предел на ξ (56) означает, что $\alpha < 10^{-17}$. В этом исследовании мы будем предполагать, что на энергетическом масштабе инфляции $\lambda > 0$, что не противоречит недавнему анализу в работе [67] с учетом всех неопределенностей.

Применяя ту же технику вычислений, что и в параграфе 3.1 к (63), получим лагранжиан в эйнштейновской системе:

$$L = -\frac{M_P^2}{2} R + \frac{6M_P^2}{2\omega^2} ((\partial_\mu \omega)^2 + (\partial_\mu X)^2 + (\partial_\mu h)^2) - V, \quad (64)$$

$$V = \frac{9\lambda M_P^4}{\omega^4} (h^2 - \alpha^2 X^2)^2 + \frac{M_P^4}{8\beta} \left(1 - 6\xi \frac{X^2}{\omega^2} - 6\xi' \frac{h^2}{\omega^2} \right)^2. \quad (65)$$

В этом случае удобно выбрать переменные

$$\omega = r \sin \theta, \quad X = r \cos \theta \cos \Phi, \quad h = r \cos \theta \sin \Phi, \quad (66)$$

в которых лагранжиан запишется в виде

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \rho)^2 \cosh^2 F + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 \sinh^2 F + \frac{1}{2} (\partial_\mu f)^2 - V, \quad (67)$$

$$V = \frac{M_P^4}{8\beta} [1 - 6(\xi \cos^2 \Phi + \xi' \sin^2 \Phi) \sinh^2 F]^2 + 9\lambda M_P^4 [(1 + \alpha^2) \sin^2 \Phi - \alpha^2]^2 \sinh^4 F. \quad (68)$$

Здесь использованы следующие обозначения: $(f_0 - f)/(\sqrt{6}M_P) \equiv F$ и $\phi \equiv \sqrt{6}M_P \Phi$. Так как константа α , определяющая масштаб элек-

трослабого вакуума поля Хиггса, очень мала, то она не влияет на инфляционную динамику, поэтому можно считать для наших целей, что $\alpha = 0$.

Если ξ' достаточно мало, то ситуация похожа на рассмотренную в параграфе 3.1. А именно, поле f принимает сверхпланковские значения и делает инфляцию в режиме медленного скатывания, тогда как поле Хиггса ϕ остается в области вблизи минимума в нуле, см. левый график на Рис. 3.

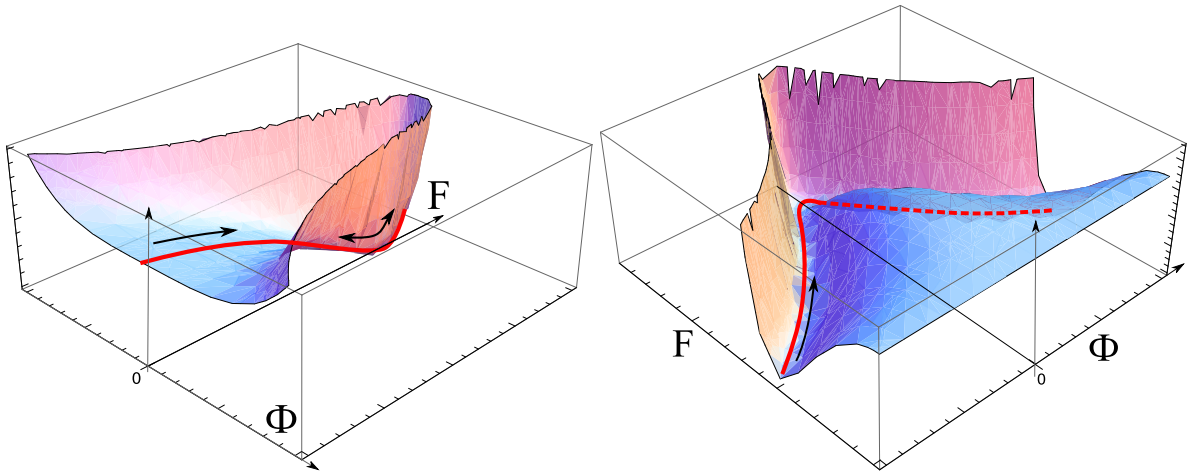


Рис. 3: Потенциал в пространстве двух скалярных полей: поля Хиггса ϕ и скаляра f на стадии инфляции. *Левый график:* $\xi' < \xi$; скаляр определяет инфляционную динамику и разогрев после инфляции (как в случае R^2 -инфляции с дилатоном, рассмотренной в параграфе 3.1). *Правый график:* $\xi' > \xi$; Инфляция происходит в «долине» – случай, похожий на инфляцию на поле Хиггса с дилатоном [68].

Но если $\xi' > \xi$, тогда $\phi = 0$ является максимумом потенциала (в направлении ϕ) для $f > 0$, см. правый график на Рис. 3, поэтому обсуждавшаяся ранее инфляционная траектория на поле f нестабильна. Стабильная инфляционная траектория лежит в «долине», описываемой условием

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi} = 0, \quad (69)$$

что для нашего случая дает уравнение

$$\sin^2 \Phi = \frac{\xi' - \xi}{2\beta\lambda + (\xi' - \xi)^2} \frac{1 - 6\xi \sinh^2 F}{6 \sinh^2 F}. \quad (70)$$

Инфляция вдоль этой долины в точности воспроизводит инфляцию на поле Хиггса с дилатоном, обсуждавшуюся в [61, 68] при $\xi'^2 \gg \beta\lambda$, см. правый график на Рис. 3. В общем случае $\xi' \gg \xi$ можно заметить, что кинетический член поля f остается близким к каноническому, пока инфляция происходит далеко от минимума ($(1 - 6\xi \sinh^2 F) \sim 1$):

$$\begin{aligned} (\partial f)^2 + \sinh^2 F (\partial \phi)^2 = (\partial f)^2 \left(1 + \right. \\ \left. + \frac{(\xi' - \xi) \cosh^2 F}{[1 - 6\xi \sinh^2 F][12\beta\lambda \sinh^2 F + (\xi' - \xi)(6\xi' \sinh^2 F - 1)]} \right), \end{aligned} \quad (71)$$

а потенциал вдоль долины (69) имеет вид

$$V(F) = \frac{\lambda M_P^4}{4} \frac{1}{2\beta\lambda + (\xi' - \xi)^2} (1 - 6\xi \sinh^2 F)^2. \quad (72)$$

Амплитуда скалярных возмущений определяется как β , так и ξ' , однако последний параметр может быть выбран не таким большим, как это необходимо в обычной инфляции на поле Хиггса с дилатоном [61], при соответствующем выборе β .

Во всех этих случаях инфляционные траектории, лежащие в «долинах», являются аттракторами: начиная с произвольных начальных условий где-то на «плато», поле инфлатона быстро скатывается в «долину», после чего медленно катится вдоль этой «долины» к минимуму потенциала. Последние 50-60 е-фолдингов как раз и происходят в этом режиме медленного скатывания. Поэтому, следуя работе [71], можно убедиться, что наличие второго скалярного поля на стадии инфляции не приводит к генерации значимых для наблюдений негауссовости и возмущений постоянной кривизны.

Рассмотрим теперь постинфляционную стадию в нашей модели. Во всех случаях $f = 0$, $\phi = 0$ – абсолютный минимум потенциала.

Разложение потенциала вблизи этого вакуума имеет вид ($\tilde{\phi} \equiv \phi/\sqrt{6\xi}$ – канонически нормированное поле):

$$V \approx \left(\frac{\sqrt{1+6\xi}}{\sqrt{12}\beta} M_P f + \frac{\xi' - \xi}{\sqrt{8}\beta} \tilde{\phi}^2 \right)^2 + \frac{\lambda}{4} \tilde{\phi}^4. \quad (73)$$

При низких энергиях поле f является сверхтяжелым и может быть отынтегрировано, после чего останется обычный потенциал поля Хиггса.

Два разных случая, упомянутых выше, отличаются направлениями осцилляций инфлатона после инфляции. Случай, похожий на Хиггс-инфляцию, $\xi' \gg \xi$, $\xi'^2 \gg 2\beta\lambda$, заканчивается осцилляциями преимущественно в направлении ϕ , соответствующем обычному полю Хиггса, см. траектории на левом графике Рис. 4. Оно быстро распадается на частицы Стандартной модели, разогревая Вселенную [62, 8]. Дилатонов

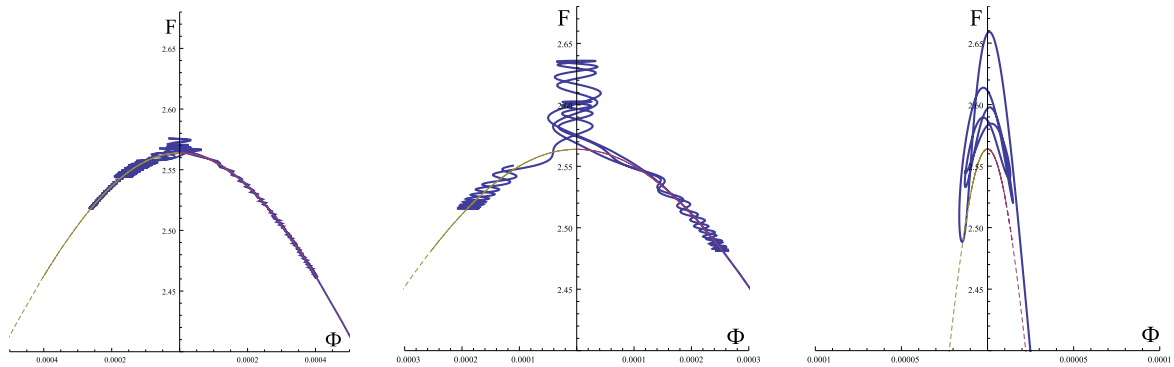


Рис. 4: Постинфляционные траектории в пространстве полей (Φ, F) . Пунктирная линия соответствует «долине» (69). *Левый график:* $\xi'^2 \gg 2\beta\lambda$; инфляция и разогрев на поле Хиггса, как в работе [68]. *Правый график:* $\xi'^2 \ll 2\beta\lambda$; инфляция в «долине» (69) с последующим разогревом за счет распадов скалярона. *Средний график:* промежуточный случай $\xi'^2 \approx 2\beta\lambda$; после инфляции энергия конвертируется в обе степени свободы.

при этом рождается пренебрежимо малое количество из-за высокой температуры разогрева [62]. Если $\xi'^2 \ll 2\beta\lambda$ и $\xi > \xi'$, энергия в основном оказывается в осцилляциях поля f , см. правый график на Рис. 4. При $\xi' < \xi$ и инфляция, и осцилляции после нее происходят только

в направлении f , см. левый график на Рис.3, с взаимодействиями, подавленными массой Планка, что похоже на оригинальную модель Старобинского [7], и разогрев в этом случае задерживается [81]. На Рис.5 представлены различные области пространства параметров обсуждаемой модели.

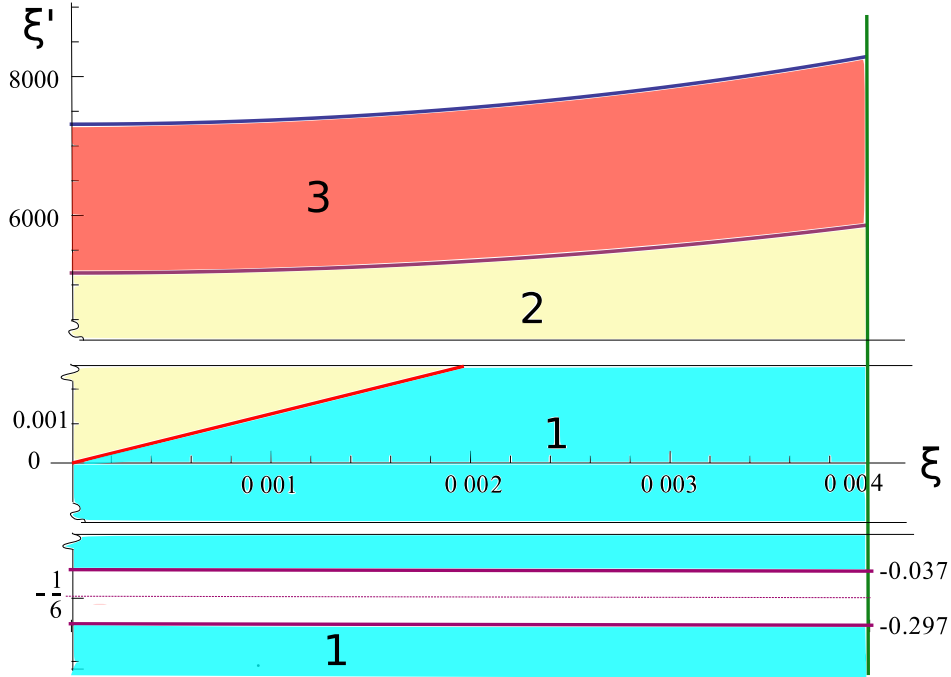


Рис. 5: Закрашенные области на плоскости (ξ, ξ') приводят к правильным инфляции и разогреву Вселенной, поэтому являются разрешенными. Область, обозначенная цифрой '1' ($\xi' < \xi$) относится к инфляции на скаляроне и разогреву, описанному в параграфах 3.1 и 3.2. Область возле $\xi' = -1/6$ запрещена из-за того, что при разогреве образуется слишком много дилатонов, вкладывающих в темную радиацию. Область '2' соответствует инфляции в «долине» (69), завершаемой осцилляциями в основном в направлении поля f и разогревом, как в предыдущем случае. В области '3' происходит инфляция, похожая на инфляцию на поле Хиггса с дилатоном, с последующими осцилляциями внутри долины в направлении ϕ , что приводит к разогреву, как в случае [8]. Во всех этих случаях параметр β определяется амплитудой скалярных возмущений $\Delta \simeq 5 \times 10^{-5}$, число е-фолдингов $N_e = 55$ и $\lambda = 0.01$.

3.4 Ограничения на масштабнo инвариантную инфляцию общего вида

В этом разделе мы рассмотрим общий случай инфляции, дополненной спонтанно нарушенной масштабной инвариантностью при высоких энергиях. Так как безмассовый дилатон присутствует во всех таких моделях, то важным представляется вопрос о том, при каких условиях он рождается в ранней Вселенной в достаточном количестве, чтобы дать обнаружимый вклад в ΔN_{eff} . Рассмотрим масштабнo инвариантный лагранжиан для дилатона X и инфлатона ϕ с потенциалом:

$$L = -\frac{1}{2}\xi X^2 R + \frac{1}{2}(\partial_\mu X)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - X^4 V\left(\frac{\phi}{X}\right). \quad (74)$$

После конформного преобразования $g_{\mu\nu} \rightarrow \Omega^{-2}g_{\mu\nu}$, где $\Omega^2 = \xi X^2/M_P^2$ и замены переменных

$$X = \frac{r \sin \theta}{\sqrt{1 + 6\xi}}, \quad \phi = r \cos \theta \quad (75)$$

получаем кинетический член K в виде

$$2K = M_P^2 \zeta^2 \left[\frac{(\partial r)^2}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{(\partial \theta)^2}{\sin^2 \theta} \right], \quad \zeta = \sqrt{\frac{1 + 6\xi}{\xi}}. \quad (76)$$

После канонической нормировки поля θ и введения нового поля $\rho = M_P \zeta \log r$ получаем лагранжиан:

$$L = \frac{1}{2}(\partial f)^2 + \frac{1}{2}(\partial \rho)^2 \cosh^2 \tilde{f} - \frac{M_P^4}{\xi^2} V(\sqrt{1 + 6\xi} \sinh \tilde{f}). \quad (77)$$

Здесь $\tilde{f} \equiv f/\zeta M_P$ и $\sin \theta \equiv 1/\cosh \tilde{f}$. Заметим, что если мы стартуем с перенормируемого потенциала вида $\lambda_0(\phi^2 - \alpha^2 X^2)^2$ в жордановской системе, то после всех преобразований получаем эффективно потенциал с экспоненциально плоским плато, пригодный для инфляции. Предсказания для спектра возмущений будут близки к обычной модели Старобинского и поэтому предпочтительны с точки зрения данных Planck

[4]. Интересно, что похожий эффект получения из степенного потенциала экспоненциально-плоского был отмечен в работе [12] в рамках концепции спонтанно нарушенной конформной инвариантности.

Из (77) видно, что поле инфлатона взаимодействует с полем дилатона через его неканонический кинетический член. Значит инфлатон может распадаться на дилатоны после инфляции и давать вклад в темную радиацию. Насколько эффективным является рождение дилатонов, зависит от конкретной функции V в (77). Если $V(y)$ имеет минимум в $y = 0$, инфлатон осциллирует вокруг начала координат, и взаимодействие между инфлатоном и дилатоном подавлено $1/M_P^2$, поэтому является пренебрежимо малым. Но если минимум потенциала находится в $f = f_0$, фактор подавления оказывается только $1/M_P$. Раскладывая вокруг этого минимума ($f = f_0 + \delta f$), получим взаимодействие

$$L_{int} = \frac{\text{th } \tilde{f}_0}{\zeta M_P} (\partial\rho)^2 \delta f, \quad (78)$$

что соответствует ширине распада инфлатона на дилатоны

$$\Gamma_\rho = \frac{m^3 \text{th}^2 \tilde{f}_0}{32\pi\zeta^2 M_P^2}, \quad (79)$$

где m – масса инфлатона. Требование того, чтобы темной радиации было не слишком много, позволяет поставить ограничение на температуру постинфляционного разогрева. При разогреве темп рождения дилатонов должен быть значительно меньше темпа расширения Вселенной. Это дает нижний предел на температуру разогрева:

$$T_{reh} > \frac{1.87}{\sqrt{\Delta N_{max}}} g_*^{-1/4} \sqrt{\Gamma_\rho M_P}, \quad (80)$$

где $\Delta N_{max} = N_{eff} - 3.04$ – максимальное разрешенное количество нестандартной темной радиации; грубая оценка из данных (60), (61) дает $\Delta N_{max} \simeq 1$.

Заметим, что гравитационное взаимодействие и масштабная инвариантность действия (74) предполагает два натуральных механизма разогрева: распад инфлатона на бозоны Хиггса и распад на калибровочные бозоны Стандартной модели за счет конформной аномалии. Аналогично разделу 3.2 получаем $\Gamma_H/\Gamma_\rho = 4(1 + 6\xi')^2$. Для конформного (или близкого к конформному) поля Хиггса распад инфлатона на калибровочные поля доминирует:

$$\Gamma_{gauge} = \Sigma b_i^2 \alpha_i^2 N_i \frac{m^3 \text{th}^2 \tilde{f}_0}{128\pi^3 \zeta^2 M_P^2}, \quad (81)$$

где использованы те же обозначения, что и в Sec. 3.2. Однако этот случай неприменим, так как $\Gamma_{gauge} \sim \Gamma_\rho/130$, что означает, что на самом деле инфлатон распадается в основном на дилатоны, что противоречит (60). Но модель может быть сделана жизнеспособной, если включить другой механизм разогрева, более эффективный, чем конформная аномалия.

4 Модель $F(R)$ -гравитации, объясняющая темную энергию: рождение частиц

Многочисленные наблюдательные данные в космологии говорят о необходимости дополнительной компоненты в уравнениях Эйнштейна, называемой темной энергией, приводящей к ускоренному расширению Вселенной. Простейшая ее интерпретация – космологическая постоянная. Но ее слишком малое значение (проблема натуральности) вызывает интерес к поиску других возможных объяснений.

$F(R)$ -гравитация позволяет строить модели темной энергии с уравнением состояния, зависящим от времени $p/\rho \equiv w = w(t)$, а также на некоторых стадиях с $w < -1$ (см. обзор [5]). Такие модели могут так-

же объяснять и инфляционную стадию расширения Вселенной, давая единый механизм для ранней и поздней стадий ускоренного расширения.

Современное ускорение расширения Вселенной может быть описано в терминах $F(R)$ -гравитации с действием ¹ [15]

$$S = \frac{M_{\text{P}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} F(R), \quad (82)$$

где $F(0) = 0$, что отражает исчезновение космологической константы в пределе пространства Минковского $R = 0$.

Всякая подходящая функция $F(R)$ должна удовлетворять квантовому и классическому условиям стабильности: $F'(R) > 0$, $F''(R) > 0$. В пределе малых значений кривизны эта функция должна давать результат, похожий на космологическую постоянную, поэтому $F(R) \approx R - 2\Lambda$, причем плотность темной энергии $\rho_\Lambda = \Lambda M_{\text{P}}^2$. Кроме того, вторая производная $F(R)$ должна быть ограничена снизу, $F''(R) > \text{const}$ (см. детальное обсуждение в [14]), чтобы избежать сингулярностей при больших R . Последнее требование легко выполнить для любой $F(R)$, если добавить член R^2 . При специальном выборе коэффициента этот член может отвечать за инфляцию в ранней Вселенной [7].

4.1 Описание модели Старобинского для темной энергии

Пример функции $F(R)$, подходящей для описания темной энергии, был приведен в работе [15]:

$$F(R) = R + \lambda R_0 \left(\left(1 + \frac{R^2}{R_0^2} \right)^{-n} - 1 \right). \quad (83)$$

¹В этой главе мы будем использовать сигнатуру метрики $(-+++)$.

В пределе $R \gg R_0$ получаем $F(R) \approx R - \lambda R_0$, что дает космологическую постоянную. Параметр R_0 фиксирует энергетическую шкалу темной энергии; он связан с плотностью темной энергии ρ_Λ как (это выражение справедливо для $\lambda \gtrsim 1$):

$$R_0 \equiv \frac{2}{\lambda} \frac{\rho_\Lambda}{M_P^2}. \quad (84)$$

В дальнейшем мы будем использовать функцию с членом R^2 , добавленным, чтобы не возникало сингулярностей:

$$F(R) = R + \lambda R_0 \left(\left(1 + \frac{R^2}{R_0^2} \right)^{-n} - 1 \right) + \frac{R^2}{6M^2}. \quad (85)$$

Как уже обсуждалось выше, последний член в (85) также может отвечать за инфляцию [7] в ранней Вселенной при выборе коэффициента $M = 3 \times 10^{13}$ ГэВ; вклад второго слагаемого пренебрежимо мал при больших значениях кривизны на инфляционной стадии.

В этой модели существует проблема (описанная в работе [14]) с последующей стадией осцилляций скалярона, на которой кривизна может менять знак и проходить через нуль. Легко проверить, что при этих значениях кривизны неизбежно достигается $F''(R) < 0$, что означает квантовую нестабильность модели. Однако, существует возможность построить такую функцию $F(R)$, которая совпадает с (85) при $R \gg R_0$ и для которой всегда $F''(R) > 0$. Например, такая функция, что

$$F''(R) \propto \frac{1}{1 + (R/R_0)^{2n+2}}, \quad (86)$$

не приводит к нестабильностям, воспроизводя при этом (85) при $R \gg R_0$ (здесь мы временно не рассматриваем очень большие значения кривизны и не пишем член R^2). В дальнейшем мы будем использовать функцию (85), помня, однако, что она справедлива только для $R > R_0$.

Модель Старобинского (85) имеет два свободных параметра: λ и n (R_0 фиксирован значением плотности темной энергии (84), а M имеет определенное подходящее для инфляции значение). Самое сильное ограничение на n следует из локальных гравитационных измерений [73]: $n \gtrsim 1$. Параметр λ ограничен только условием стабильности де-Ситтеровского минимума (см. обзор [74]). Это ограничение зависит от n как

$$\lambda > f(n) \quad \text{и} \quad f(n) \approx n/(2n - 4/3). \quad (87)$$

4.2 Переход к эйнштейновской системе: скалярон как хамелеон

$F(R)$ -гравитация может рассматриваться в эйнштейновской системе как обычная гравитация с дополнительными полем скалярона, взаимодействующим с материей как хамелеон [17]. При этом потенциал скалярона

$$V(\phi) = \frac{M_P^2}{2F'(R)^2} (RF'(R) - F(R)), \quad (88)$$

где $R = R(\phi)$ является решением уравнения

$$F'(R) = e^{\frac{\sqrt{2}\phi}{\sqrt{3}M_P}}. \quad (89)$$

Скалярон взаимодействует со всеми полями материи, которые в космологическом контексте могут быть приближенно описаны тензором энергии – импульса идеальной жидкости с давлением p и плотностью ρ . Это взаимодействие модифицирует потенциал скалярона [17]:

$$V_{eff}(\phi) = V(\phi) + \frac{\rho - 3p}{4} e^{-4\bar{\phi}}. \quad (90)$$

Здесь введено обозначение $\bar{\phi} = \phi/(\sqrt{6} M_P)$. Минимум ϕ_{min} потенциала

V_{eff} может быть получен подстановкой в (89) решения R_{min} уравнения

$$2F(R) - RF'(R) = \frac{\rho - 3p}{M_P^2}, \quad (91)$$

где ϕ_{min} записано через R_{min} .

Для (85) мы можем записать приближенное решение (чем больше λ , тем больше точность приближения)

$$R_{min} \simeq (4 + \tau) \frac{\rho_\Lambda}{M_P^2}, \quad \bar{\phi}_{min} = \frac{\sqrt{3}M_P}{\sqrt{2}} \log(F'(R_{min})), \quad (92)$$

где

$$\tau \equiv (\rho - 3p)/\rho_\Lambda.$$

Эффективная масса скалярона в этом минимуме

$$m_{eff}^2 = \frac{1}{3F''(R_{min})} \left(1 - \frac{R_{min}F''(R_{min})}{F'(R_{min})} \right) \simeq \frac{1}{3F''(R_{min})}. \quad (93)$$

Таким образом, для модели (85) мы получаем массу скалярона, зависящую от плотности и давления внешней среды:

$$m_{eff}^2 = \frac{M^2 m^2}{M^2 + m^2}, \quad (94)$$

где

$$m^2 = \frac{1}{12n(2n+1)} \left(\frac{\lambda}{2} \right)^{2n} \frac{\rho_\Lambda}{M_P^2} (4 + \tau)^{2n+2}. \quad (95)$$

Видно, что существует интервал плотностей, в котором масса скалярона сильно зависит от плотности среды:

$$4 < \tau < \left(\frac{MM_P}{\sqrt{\rho_\Lambda}} \right)^{\frac{1}{n+1}} \left(\frac{2}{\lambda} \right)^{\frac{n}{n+1}} (12n(2n+1))^{\frac{1}{n+1}} = \\ (1.4 \times 10^{55})^{\frac{1}{n+1}} \left(\frac{2}{\lambda} \right)^{\frac{n}{n+1}} (12n(2n+1))^{\frac{1}{n+1}}. \quad (96)$$

Ситуация, в которой скалярон ведет себя как хамелеон, может быть реализована в различных астрофизических и космологических объектах в зависимости от выбора параметра n . Если масса частицы меняется

при изменении плотности окружающей среды, то теоретически такая частица может рождаться в сжимающихся объектах, если нарушается условие адиабатичности. В следующем разделе мы вычислим количество таких частиц.

Скалярон нестабилен, так как он взаимодействует со всеми частицами материи. В Стандартной модели скалярон распадается в первую очередь на бозоны Хиггса (если это разрешено кинематически) [81] с шириной

$$\Gamma = \frac{m_{eff}^3}{48\pi M_P^2}, \quad (97)$$

Бозоны Хиггса немедленно распадаются, образуя поток протонов, электронов, нейтрино, что дает возможность увидеть такие события в случае значительного количества рожденных скаляронов.

4.3 Квантовое рождение скаляронов в сжимающейся среде

Частица с массой, зависящей от окружающей плотности, может рождаться в сжимающемся облаке. Рассмотрим объект, сжимающийся из-за гравитационной джинсовской нестабильности, с плотностью, зависящей от времени как $\rho(t) = \rho_0 e^{t/t_J}$ ($t > 0$; здесь $t_J = M_P/\sqrt{\rho_0}$ – джинсовское время). Для вычисления количества рождающихся частиц мы используем стандартный метод преобразований Боголюбова, описанный, например, в книге [9]. Следуя этому методу, запишем уравнение на моду скалярона с импульсом k :

$$\ddot{\varphi} + (k^2 + m_0^2 e^{2\beta t})\varphi = 0, \quad (98)$$

где мы используем следующие обозначения:

$$m_0 \equiv \frac{\alpha^{n+1}}{\sqrt{12n(2n+1)}} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^n \frac{\sqrt{\rho_\Lambda}}{M_P}, \quad \alpha \equiv \frac{\rho_0}{\rho_\Lambda}, \quad \beta \equiv \frac{(n+1)}{t_J}. \quad (99)$$

Для выбранной $\rho(t)$ сжатие начинается при $t = 0$, поэтому мы постулируем вакуумные начальные условия $\varphi = 1/\sqrt{2\omega}$, $\dot{\varphi} = -i\omega\varphi$ (где $\omega = \sqrt{k^2 + m_0^2 e^{2\beta t}}$) при $t = -\infty$. Так как $\rho = \text{const}$ для $t < 0$, эти начальные условия на самом деле могут быть поставлены в любой момент $t < 0$. Удобно постулировать их в момент времени $t \rightarrow (-0)$, т.е. до начала сжатия. Условие адиабатичности [9]

$$\left| \frac{\ddot{\omega}}{\omega^3} - \frac{3}{2} \left(\frac{\dot{\omega}}{\omega^2} \right)^2 \right| \ll 1 \quad (100)$$

нарушается только для $t < 1/\beta$, поэтому после этого времени частицы практически не рождаются.

Уравнение (98) с вакуумными начальными условиями может быть решено аналитически в терминах функций Бесселя. Точная форма соответствующего боголюбовского коэффициента имеет вид (с точностью до комплексной фазы, которая ни на что не влияет):

$$B = e^{\frac{\pi k}{2\beta}} \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2\beta}} \sqrt[4]{m_0^2 + k^2} \left(\frac{im_0 \left(H_{i\frac{k}{\beta}+1}^{(2)}\left(\frac{m_0}{\beta}\right) - H_{i\frac{k}{\beta}-1}^{(2)}\left(\frac{m_0}{\beta}\right) \right)}{2\sqrt{m_0^2 + k^2}} + \right. \quad (101)$$

$$\left. + H_{i\frac{k}{\beta}}^{(2)}\left(\frac{m_0}{\beta}\right) \right),$$

где $H_a^{(2)}(x)$ – функция Ханкеля второго рода.

Обсудим сначала случай $m_0 < \beta$. Он соответствует ситуации, когда скалярон рождается, будучи легким, ($m \sim \beta$). После этого его масса растет вплоть до момента, когда он распадается на частицы Стандартной модели, как обсуждалось в предыдущем разделе. Количество рожденных скаляронов можно вычислить:

$$n_p = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int k^2 |B|^2 dk \simeq C\beta^3, \quad (102)$$

где $C = 4.9 \times 10^{-4}$.

В противоположном случае из общих соображений можно было бы ожидать, что рождение частиц подавлено, так как массивные частицы не могут рождаться в медленном процессе. Но численно мы получаем в этом пределе

$$n_p = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int k^2 |B|^2 dk = C m_0 \beta^2, \quad (103)$$

где $C = 6.23 \times 10^{-3}$. Выглядит странным, что чем больше масса скалярона, тем большее число частиц рождается. Причина такого несоответствия в том, что выбранная нами зависимость плотности от времени не является гладкой при $t = 0$. Частицы рождаются как раз вблизи этого момента времени. Расходящееся значение второй производной ω приводит к нарушению условия адиабатичности (100) при $t = 0$. Но на самом деле можно ожидать, что сжатие начинается плавно, с характерным временем $t_0 > L > t_J$ (из соображений причинности), где L – размер объекта. Если мы будем использовать сглаживание такого рода, то получим ожидаемое подавление рождения частиц.

Чтобы проиллюстрировать этот факт, рассмотрим гладкую зависимость $m^2(t) = m_0^2(1 + e^{2\beta t})$, где $m_0 > \beta$ и поставим вакуумные начальные условия при $t = -\infty$. После этого можно аналитически решить уравнение, аналогичное (98) и получить Боголюбовский коэффициент в виде (с точностью до фазы):

$$B = \frac{1}{\sqrt{2\pi q}} |\Gamma(1 - iq)| e^{-\frac{\pi q}{2}}, \quad q = \frac{\sqrt{m_0^2 + k^2}}{\beta} \quad (104)$$

В пределе больших q можно получить, что $B \simeq e^{-\pi q}$. Для $m_0 > \beta$

можно записать число рожденных частиц в виде:

$$\begin{aligned}
n_p &= \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int k^2 |B|^2 dk = \\
&= \frac{4\pi\beta^3}{(2\pi)^3} \int_{m_0/\beta}^{\infty} |B(q)|^2 \sqrt{q^2 - (m_0/\beta)^2} q dq \approx \\
&\approx \frac{4\pi\beta^3}{(2\pi)^3} \int_{m_0/\beta}^{\infty} e^{-2\pi q} \sqrt{q^2 - (m_0/\beta)^2} q dq \sim \beta^3 e^{-\frac{2\pi m_0}{\beta}}.
\end{aligned} \tag{105}$$

Мы видим, что в реалистичной модели сжатия рождение частиц экспоненциально подавлено в случае $m_0 > \beta$. Мы не можем посчитать точный ответ для числа частиц в модельно-независимом виде для этого случая, поскольку оно определяется деталями развития джинсовской неустойчивости.

Результат (102) для $m_0 < \beta$ остается верным, так как частицы в этом случае рождаются в основном не при $t \simeq 0$, а в момент, когда $m \sim \beta$. В этот момент зависимость массы от времени гладкая, и наше приближение работает. Также можно показать, что число рожденных частиц не зависит от деталей развития джинсовской неустойчивости вблизи $t = 0$.

4.4 Оценки рождения скаляронов в реальных объектах

4.4.1 Формирование структур

Из неравенства (87) следует, что условие $m_0 < \beta$ выполняется только для начальных плотностей $\alpha = \rho/\rho_\Lambda < 8$, которые соответствуют текущему образованию крупномасштабных структур. Используя наш результат (102) можем оценить число скаляронов в области с характерным размером $L \sim 1$ Мpc:

$$N = n_p L^3 = 5 \times 10^{-4} \beta^3 (1 \text{ Мpc})^3 \lesssim 10^{-12} (n+1)^3. \tag{106}$$

Мы видим, что только незначительное число скаляронов может образоваться в процессе формирования структур. Лишь неестественно большое число n может привести к значимому рождению частиц. Как обсуждалось выше, случай $m_0 > \beta$ соответствует еще большему подавлению процесса рождения частиц, поэтому раннее формирование структур (звезд и галактик) дает намного меньший вклад.

4.4.2 Образование звезд в Галактике

Плотности сжимающихся облаков газа, которые формируют звезды в галактике, соответствуют случаю $m_0 \gg \beta$. Мы можем получить верхний предел на количество рожденных в этом процессе частиц: $n_p \sim \beta^3$. В реальности n_p значительно меньше из-за экспоненциального подавления (105). Вычислим соответствующий поток частиц высоких энергий, родившихся в распадах этих скаляронов:

$$F = \frac{n_p L^3}{r^2 t_J} N \sim 3 (n + 1)^3 \times 10^{-78} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1} \quad (107)$$

Здесь $L = c_s t_J$ – размер облака, $c_s \sim \sqrt{T/m_p}$ – скорость звука в газе (здесь мы берем для оценки температуру $T = 10$ К, и m_p – масса молекулы водорода), $r = 10$ крс – характерное расстояние в нашей галактике и N – полное число объектов, которое может быть найдено из известного значения темпа звездообразования $3 M_\odot$ в год [76].

Измеренный поток космических лучей с энергией порядка 10^{20} эВ, $F \sim 10^{-21} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ [36], на много порядков превышает полученную оценку (107). Это означает, что в любом случае рождение скаляронов дает ничтожный эффект в астрофизике.

4.4.3 Космологическое расширение Вселенной

Расширение Вселенной также вызывает изменение плотности вещества. Можно ожидать рождения скаляронов в момент, когда $m_{eff} \sim H$ (H – параметр Хаббла), в количестве, оцениваемом по размерности как $n_p \sim H^3$, см. также [75]. В процессе расширения Вселенной было два момента, когда значение m_{eff} было близко к H . Первый момент был сразу после инфляции, но рожденные скаляроны распались при разогреве и никак не повлияли на современную Вселенную. Вторым моментом (если он существует: для больших λ масса скалярона всегда больше, чем параметр Хаббла) очень близок к настоящему моменту и соответствует красному смещению $z < 0.2$. Следовательно, ожидаемая плотность скаляронов оказывается $n_p \sim H_0^3$, что означает примерно одну частицу внутри современного горизонта Вселенной.

4.5 Плотность скаляронов в сжимающихся объектах

В работах [19, 20] было получено, что в объектах с меняющейся плотностью возникают осцилляции скаляра кривизны. В эйнштейновской системе это соответствует осцилляциям скалярона вокруг минимума. Линейные осцилляции могут быть описаны как скаляронный конденсат, и плотность числа скаляронов связана с амплитудой осцилляций как [80]

$$n_\phi = \omega \langle \phi^2 \rangle. \quad (108)$$

Здесь ϕ – канонически нормированное поле скалярона, а ω – энергия каждой частицы в конденсате, то есть эффективная масса скалярона.

Она зависит от плотности окружающей материи ρ_m как ($\omega \ll m$)

$$\omega = \frac{H_0}{\sqrt{2n\lambda(2n+1)}} \left(\frac{\rho_m}{\rho_c} \right)^{n+1} \left(\frac{\lambda}{2\Omega_\Lambda} \right)^{n+1/2}. \quad (109)$$

В работах [19, 20] плотность материи ρ_m изменяется линейно со временем: $\rho_m = \rho_{m0}(1 + t/t_J)$ для $t < t_J$, где t_J – джинсовское время. Поле скалярона однозначно связано со скаляром кривизны и может быть выражено через величину $F'(R)$:

$$\phi = \frac{\sqrt{6}}{2} M_P \log(1 + F'(R)) \approx \frac{\sqrt{6}}{2} M_P F'(R). \quad (110)$$

Уравнения движения для действия (82) дают уравнение движения для поля скалярона. Удобно записать это уравнение в безразмерных переменных, введенных впервые в работе [79]. Дальнейшие вычисления в работах [19, 20] проделаны в терминах переменной ξ , связанной с полем скалярона ϕ следующим образом:

$$\xi = -\frac{1}{2\lambda n} \left(\frac{\rho_{m0}}{M_P^2 R_0} \right)^{2n+1} F'(R) = -\frac{1}{2\lambda n} \left(\frac{\lambda \rho_{m0}}{2\Omega_\Lambda \rho_c} \right)^{2n+1} F'(R). \quad (111)$$

Уравнение движения для поля ξ , которое определяет временную зависимость поля скалярона, имеет вид [19]:

$$\xi'' + \frac{\rho_m}{\rho_{m0}} - y = 0, \quad (112)$$

где зависимость $y = y(\xi)$ получается из уравнения

$$\frac{1}{y^{2n+1}} - gy = \xi, \quad g \equiv \frac{H_0^2}{2n\lambda M^2} \left(\frac{\rho_{m0}}{\rho_c} \right)^{2n+2} \left(\frac{\lambda}{2\Omega_\Lambda} \right)^{2n+1}. \quad (113)$$

Штрихи в уравнении (112) означают дифференцирование по безразмерному времени $\tau \equiv M\sqrt{gt}$, а величина $g \ll 1$ соответствует большой максимальной массе скалярона.

Поле скалярона ϕ может быть выражено через переменную ξ с использованием (110) и (111) :

$$\phi = \sqrt{6}\lambda n M_P \left(\frac{2\Omega_\Lambda \rho_c}{\lambda \rho_{m0}} \right)^{2n+1} \xi \quad (114)$$

В работе [19] показано, что если поставлены начальные условия, соответствующие пределу общей теории относительности, $dF/dR = 0$, то амплитуда осцилляций ξ приобретает вид

$$\delta\xi = (\kappa - y'_0)(2n + 1)^{3/2}, \quad \kappa = \sqrt{6\lambda n} \left(\frac{\rho_{m0}}{\rho_c} \right)^{-n-1/2} \left(\frac{\lambda}{2\Omega_\Lambda} \right)^{-n-1/2} \quad (115)$$

Здесь y'_0 пропорционально производной кривизны, и в работе [19] рассматривается как свободный параметр. Так как случай $y'_0 = \kappa$ в [19] считается точной подстройкой, то типичное значение амплитуды порядка $\delta\xi = \kappa (2n + 1)^{3/2}$.

Наконец, собирая вместе все эти результаты, запишем начальную плотность энергии скалярного конденсата:

$$\begin{aligned} \rho_\phi(t = 0) &= \langle \phi^2 \rangle \omega^2(t = 0) = \\ &= 9\lambda^2 n^2 (2n + 1)^2 M_P^2 H_0^2 \left(\frac{2\Omega_\Lambda}{\lambda} \right)^{4n+2} \left(\frac{\rho_c}{\rho_{m0}} \right)^{4n+1}. \end{aligned} \quad (116)$$

Численно, для параметров, рассматриваемых в [19] ($n = 2$, $\lambda = 1$, $\kappa = 0.04$) начальная плотность энергии оказывается

$$\rho_\phi(t = 0) = 1.5 \times 10^{-4} \rho_c, \quad (117)$$

что превышает современную плотность энергии радиации. Поэтому начальные условия на поле скалярона, используемые в [19], вызывают сомнения. В следующем параграфе мы попытаемся поставить другие физически обоснованные условия.

4.6 Начальные условия для классических осцилляций скалярона

При изменении плотности в сжимающемся объекте форма потенциала скалярона изменяется: его минимум становится ближе к $\phi = 0$, а

масса увеличивается. Начальное условие $y'_0 = 0$ в [20] означает, что скалярон при $t = 0$ был «положен» в движущийся минимум с нулевой скоростью. Но на самом деле было бы правильнее предполагать, что при $t < 0$, до начала сжатия, не было никаких осцилляций, и скалярон был в вакууме. Также в реальной ситуации сжатие начинается плавно (решение Толмана), что означает адиабатическую эволюцию скаляро-на около $t = 0$ [24], и осцилляции возникают с минимально возможной амплитудой. В дальнейшем будет удобно использовать безразмерное время $\tau = t/(\kappa t_J)$, где t_J – характерное время сжатия, джинсовское время, и переменную

$$\bar{\xi} = \xi - \xi_{min}, \quad (118)$$

где

$$\xi_{min} = (1 + \kappa\tau)^{-(2n+1)}. \quad (119)$$

Адиабатическое решение уравнения движения

$$\bar{\xi}'' + \Omega^2 \bar{\xi} = -\xi_{min}'' \quad (120)$$

с нулевыми начальными условиями (при $t = 0$ $\bar{\xi} = 0$, $\bar{\xi}' = 0$) должно быть наиболее близко к реальной ситуации. Здесь мы используем обозначения, введенные в работе [19],

$$\Omega \equiv \frac{(1 + \kappa\tau)^{n+1}}{\sqrt{2n + 1}}, \quad (121)$$

и штрихи означают дифференцирование по безразмерному времени τ .

Заметим, что источник в правой части (120) даже с нулевыми начальными условиями вызывает появление осцилляций $\bar{\xi}$. Адиабатическое решение уравнения (120) может быть получено с использованием стандартной техники:

$$\bar{\xi} = -\xi_1 \int \xi_2 \xi_{min}'' d\tau + \xi_2 \int \xi_1 \xi_{min}'' d\tau, \quad (122)$$

где

$$\xi_1 = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sin \int \Omega d\tau, \quad \xi_2 = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \cos \int \Omega d\tau. \quad (123)$$

Решение (122) может быть переписано в виде

$$\bar{\xi} = \alpha(\tau) \sin \left(\int \Omega d\tau + \delta(\tau) \right). \quad (124)$$

После некоторых вычислений амплитуда $\alpha(\tau)$ может быть аналитически получена в пределе $\kappa \ll 1$ в виде

$$\alpha(\tau) \simeq C_n \kappa^2 (1 + \kappa\tau)^{-\frac{n+1}{2}}, \quad C_n = 2(n+1)(2n+1)^2. \quad (125)$$

Этот результат соответствует начальной амплитуде осцилляций, равной $\alpha_0 = C_n \kappa^2$, что при малых κ параметрически меньше, чем амплитуда (115), полученная в [19]. Случай $\kappa \ll 1$ соответствует начальной плотности $\rho_{m0} \gg \rho_c$, что имеет место в астрофизических процессах образования звезд. Видно, что только для плотностей, близких к критической, амплитуда осцилляций скалярона может быть большой, и осцилляции могут стать нелинейными.

Как отмечалось в работах [19, 20] осцилляции скалярона могут приводить к рождению частиц. Но пока $\xi > 0$ этот процесс не может быть эффективным из-за малой массы скалярона. Это можно показать, пользуясь приближением распадающегося скаляронного конденсата, которое хорошо работает для линейных осцилляций. Плотность скалярона для амплитуды (125) составляет по порядку величины

$$\rho \sim M_P^2 H_0^2 \left(\frac{\rho_{m0}}{\rho_c} \right)^{-6n-2} \quad (126)$$

Мы используем ширину распада скалярона на калибровочные бозоны из работы [21]: $\Gamma \sim \omega^3/M_P^2$. Оценка плотности энергии рожденных частиц за время жизни Вселенной дает

$$\rho_p \sim \frac{\rho \Gamma}{H_0} = H_0^4 \left(\frac{\rho_{m0}}{\rho_c} \right)^{-3n+1}, \quad (127)$$

что в любом случае меньше одной частицы на горизонт. Причина такой малости в том, что скалярон с малой массой стабилен на космологических временах. Похожий результат подавленного рождения частиц в линейном режиме был получен в [20].

Только когда ξ становится отрицательным, а осцилляции – нелинейными, эффективная масса скалярона может увеличиваться до огромных значений на короткое время, пока $\xi < 0$. Это связано с тем, что потенциал поля скалярона при отрицательных ϕ очень быстро растет. Из формул (115), (118), (119), (125) можно увидеть, что такой режим достигается за время сжатия только при плотностях, близких к критической, поэтому этот процесс относится к современному формированию структур во Вселенной.

4.7 Рождение частиц высоких энергий негармоническими осцилляциями скалярона

Здесь и далее мы будем рассматривать случай плотностей материи ρ_m близких к ρ_c . В этой области параметров время сжатия очень большое, порядка возраста Вселенной, а коллапс начался не так давно. Соответственно, нас будет интересовать эволюция в течение времени $t < t_J$, а для этого времени $\Omega_k t \lesssim 1$, см. уравнение Eq. (121), и ξ достигает отрицательных значений всего один-два раза за время наблюдения, образуя пик в решении для кривизны [19, 20]. Ниже мы оценим количество частиц, рождающихся за счет одного такого пика.

Однородные осцилляции классического поля скалярона могут рождать неконформную материю, при этом наиболее эффективно рождение скалярных частиц, минимально связанных с гравитацией [81]. Скалярон взаимодействует со скалярным полем h следующим обра-

зом [81]:

$$L_{int} = \frac{h}{\sqrt{6}M_P} \partial_\mu \phi \partial^\mu h. \quad (128)$$

Это взаимодействие изменяет уравнение движения h :

$$\partial_\mu \partial^\mu h + \left(\frac{\ddot{\phi}}{\sqrt{6}M_P} + m_h^2 \right) h = 0, \quad (129)$$

где m_h – масса скаляра. Поле скалярона здесь играет роль внешнего источника для частиц h . Число рожденных частиц может быть оценено с помощью техники преобразований Боголюбова. Из уравнения (129) можно получить уравнение на Фурье-моду h_k с трехмерным импульсом k ,

$$\ddot{h}_k + (k^2 + m_{eff}^2(t) + m_h^2) h_k = 0, \quad (130)$$

где $m_{eff}^2(t) = \ddot{\phi}/(\sqrt{6}M_P)$.

Заметим, что пик соответствует отрицательным значениям ϕ , а в этой области масса скалярона близка к максимальному значению M , поэтому $\ddot{\phi} = -M^2\phi$. Максимальное значение $|\phi_m|$ может быть получено из максимального значения $|\xi_m|$, найденного в [19]:

$$\frac{|\phi_m|}{\sqrt{6}M_P} = N \frac{H_0}{M} \left(\frac{\rho_{m0}}{\rho_c} \right)^{-n} z_1^{-n}, \quad N = \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \left(\frac{2\Omega_\Lambda}{\lambda} \right)^{n+1/2} \quad (131)$$

Здесь $z_1 \equiv 1 + t_1/t_J$, где t_1 соответствует моменту, когда ξ пересекает ноль в первый раз: $\alpha(\tau_1) = \xi_{min}(\tau_1)$. Отметим, что для рассматриваемого нами случая z лежит в интервале $1 < z_1 < 2$, поэтому мы можем положить $z_1 = 1$, имея в виду верхний предел. Максимальное возможное значение $m_{eff}^2(t)$ имеет вид

$$M_{eff}^2 = NMH_0 \left(\frac{\rho_{m0}}{\rho_c} \right)^{-n}. \quad (132)$$

Если мы аппроксимируем пик в $m_{eff}^2(t)$ гауссовой формой с высотой M_{eff} и шириной $1/M$, то получим, что спектр рожденных частиц обрывается на энергиях порядка M , то есть частицы высоких энергий

могут рождаться. Вычисление показывает, что их плотность может быть оценена как $n_p \sim M_{eff}^4/M$, что по порядку величины совпадает с оценкой в [19].

4.8 Неприменимость приближения идеальной жидкости и учет дискретности среды

Так как рождение частиц очень высоких энергий в медленном и гладком процессе гравитационного сжатия среды представляется удивительным в любом случае, необходимо проверить применимость всех использовавшихся приближений. Приближение, которое попадает под сомнение в первую очередь – пространственно однородный тензор энергии-импульса для сжимающейся материи. Если рассмотреть набор дискретных частиц вместо однородной среды, мы получим, что они создают поле скаляра как точечные источники. Каждая частица создает поле с пространственной зависимостью $\xi \propto e^{-\omega r}/r$, как обычный массивный скаляр с массой ω . Если среднее расстояние между частицами велико, $d \gg 1/\omega$, то реальное поле скаляра оказывается сильно неоднородным, и используемое приближение однородной среды неприменимо.

В этом случае мы ожидаем, что частицы высоких энергий рождаются в малой окрестности (радиуса порядка $1/M$) каждой частицы среды. Поэтому полное число рождающихся частиц будет подавлено малым фактором n/M^3 (где n – плотность числа частиц материи) по сравнению с результатом, полученным выше. Для плотности энергии рожденных частиц получим:

$$\rho \sim \frac{M_{eff}^4 n}{m^3} = N^2 \rho_{m0} \frac{H_0^2}{m_0 M} \left(\frac{\rho_{m0}}{\rho_c} \right)^{-2n}, \quad (133)$$

где m_0 – масса частицы среды. Для астрофизических объектов и областей, доминированных барионами можно подставить $m_0 \sim 1$ ГэВ. Далее, для плотности, близкой к критической, и параметра $M \sim 10^{13}$ ГэВ (интересного с точки зрения получения инфляции в ранней Вселенной) получим $\rho \sim 10^{-92}$ ГэВ/(см² с), что является очень малым значением.

Таким образом, мы показали, что вклад частиц, рожденных негармоническими осцилляциями скалярона в сжимающихся областях, в поток космических лучей является пренебрежимо малым при учете существенной неоднородности реальной материи.

5 Заключение

В заключение кратко сформулируем основные результаты, полученные в диссертации.

- Рассмотрен механизм разогрева Вселенной в модели Старобинского с конформным полем Хиггса, связанный с квантовой конформной аномалией калибровочных полей, и получена температура разогрева. В следующем за лидирующим порядке по параметрам медленного скатывания вычислены параметры спектра возмущений в этой и других моделях с похожим потенциалом инфлатона. Оценен гравитационно-волновой сигнал, образовавшийся на стадиях инфляции и разогрева.
- В модели Старобинского с конформным полем Хиггса исследована стабильность электрослабого вакуума на промежуточной материально-доминированной стадии между инфляцией и разогревом. Рассмотрена классическая эволюция поля Хиггса и оце-

нен вклад квантового туннелирования. Как результат, получено ограничение снизу на массу бозона Хиггса в этой модели: $M_h \gtrsim 126.2$ ГэВ.

- Изучен класс моделей инфляции со спонтанным нарушением масштабной инвариантности с точки зрения добавочной темной радиации, связанной с рождением безмассовых дилатонов. Рассмотрена инфляция на скаляро́не, дающая предсказание для вклада темной радиации, которое может быть проверено в ближайшем будущем. Изучено пространство параметров и переход от инфляции на скаляро́не к инфляции на поле Хиггса. Поставлено ограничение на температуру разогрева в инфляции со спонтанным нарушением масштабной инвариантности.
- Исследована модель Старобинского для темной энергии с точки зрения рождения частиц высоких энергий в сжимающейся среде, полученного в недавних работах А.Долгова и др. Изучено как квантовое рождение скаляро́нов, так и возникновение классических осцилляций поля скаляро́на. Для последних поставлены корректные физически обоснованные начальные условия и вычислена амплитуда, оказавшаяся параметрически меньше, чем было получено в вышеупомянутых работах.
- Изучен нелинейный режим осцилляций скаляро́на. Показано, что приближение однородной материи неприменимо при описании рождения высокоэнергичных частиц. Проведена оценка рождения частиц за рамками этого приближения и получено сильное подавление по сравнению с результатом в однородном приближении, делающее вклад в поток космических лучей пренебрежимо малым.

В заключение автору хотелось бы выразить благодарность научному руководителю Д.С. Горбунову за постановку интересных научных задач, внимание к работе и полезные обсуждения, а также критические замечания.

Кроме того хочется поблагодарить В.А. Рубакова, К.А. Постнова, Ф. Безрукова, С. Сибирякова, А. Панина, Э. Нугаева за всяческую поддержку, консультации, продуктивные обсуждения, вопросы и критику. Отдельно нельзя не выразить признательность А.Д. Долгову и Е.В. Арбузовой за продолжительную и очень интересную дискуссию о рождении частиц высоких энергий в модифицированной гравитации.

Также хотелось бы поблагодарить всех студентов, аспирантов и сотрудников теоротдела ИЯИ РАН за уникальную творческую и рабочую атмосферу и интересные обсуждения.

Список литературы

- [1] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific and Virgo Collaborations), Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger // *Phys. Rev. Lett.* **116**, no. 6, 061102 (2016), arXiv:1602.03837.
- [2] G. Hinshaw *et al.*, Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results // arXiv:1212.5226.
- [3] P. A. R. Ade *et al.*, Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters // arXiv:1502.02114.
- [4] P. A. R. Ade *et al.*, Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation // arXiv:1502.02114.
- [5] T. P. Sotiriou and V. Faraoni, $f(R)$ Theories Of Gravity // *Rev. Mod. Phys.* **82**, 451 (2010), arXiv:0805.1726.
- [6] A. D. Linde, Chaotic Inflation // *Phys. Lett. B* **129**, 177 (1983).
- [7] A. A. Starobinsky, A new type of isotropic cosmological models without singularity // *Phys. Lett. B* **91** (1980) 99.
- [8] F. Bezrukov, D. Gorbunov and M. Shaposhnikov, On initial conditions for the Hot Big Bang // *JCAP* **0906** (2009) 029, arXiv:0812.3622.
- [9] N. D. Birrell and P. C. W. Davies, *Quantum Fields in Curved Space* // Cambridge Monogr.Math.Phys.

- [10] G. Marques Tavares, M. Schmaltz and W. Skiba, Higgs mass naturalness and scale invariance in the UV // *Phys. Rev. D* **89**, no. 1, 015009 (2014), arXiv:1308.0025.
- [11] Y. I. Izotov, T. X. Thuan and N. G. Guseva, A new determination of the primordial He abundance using the He λ 10830 emission line: cosmological implications // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **445**, no. 1, 778 (2014), arXiv:1408.6953.
- [12] R. Kallosh and A. Linde, Universality Class in Conformal Inflation // *JCAP* **1307**, 002 (2013), arXiv:1306.5220.
- [13] F. Bezrukov, A. Magnin, M. Shaposhnikov and S. Sibiryakov, Higgs inflation: consistency and generalisations // *JHEP* **1101**, 016 (2011), arXiv:1008.5157.
- [14] S. A. Appleby, R. A. Battye and A. A. Starobinsky, Curing singularities in cosmological evolution of F(R) gravity // *JCAP* **1006**, 005 (2010), arXiv:0909.1737.
- [15] A. A. Starobinsky, Disappearing cosmological constant in f(R) gravity // *JETP Lett.* **86**, 157 (2007), arXiv:0706.2041.
- [16] G. Magnano, M. Ferraris and M. Francaviglia, Nonlinear gravitational Lagrangians // *Gen. Rel. Grav.* **19** (1987) 465.
- [17] R. Gannouji, M. Sami and I. Thongkool, Generic f(R) theories and classicality of their scalarons // *Phys. Lett. B* **716**, 255 (2012), arXiv:1206.3395.
- [18] H. Motohashi, A. A. Starobinsky and J. Yokoyama, Future Oscillations around Phantom Divide in f(R) Gravity // *JCAP* **1106**, 006 (2011), arXiv:1101.0744.

- [19] E. V. Arbuzova, A. D. Dolgov and L. Reverberi, Curvature Oscillations in Modified Gravity and High Energy Cosmic Rays // Eur. Phys. J. C **72**, 2247 (2012), arXiv:1211.5011.
- [20] E. V. Arbuzova, A. D. Dolgov and L. Reverberi, Particle Production in $f(R)$ Gravity during Structure Formation // Phys. Rev. D **88**, no. 2, 024035 (2013), arXiv:1305.5668.
- [21] D. Gorbunov and A. Tokareva, R^2 -inflation with conformal SM Higgs field // JCAP **1312**, 021 (2013), arXiv:1212.4466.
- [22] D. Gorbunov and A. Tokareva, Scale-invariance as the origin of dark radiation? // Phys. Lett. B **739**, 50 (2014), arXiv:1307.5298.
- [23] D. S. Gorbunov and A. A. Tokareva, Inflation and reheating in the Starobinsky model with conformal Higgs Field // Phys. Part. Nucl. Lett. **10**, 633 (2013).
- [24] D. Gorbunov and A. Tokareva, Scalaron production in contracting astrophysical objects // J. Exp. Theor. Phys. **120**, no. 3, 528 (2015), arXiv:1412.3413.
- [25] D. Gorbunov and A. Tokareva, No Cosmic Rays from Curvature Oscillations during Structure Formation with $F(R)$ -gravity // arXiv:1412.3770.
- [26] D. S. Gorbunov, V. A. Rubakov, Introduction to the theory of the early universe, Cosmological perturbations and inflationary theory // World Scientific, 2011.
- [27] A. D. Dolgov, Conformal Anomaly And The Production Of Massless Particles By A Conformally Flat Metric // Sov. Phys. JETP **54** (1981) 223.

- [28] Y. Watanabe, Rate of gravitational inflaton decay via gauge trace anomaly // Phys. Rev. D **83** (2011) 043511, arXiv:1011.3348 .
- [29] F. L. Bezrukov and D. S. Gorbunov, Distinguishing between R^2 -inflation and Higgs-inflation // Phys. Lett. B **713** (2012) 365, arXiv:1111.4397.
- [30] T. Faulkner *et al.*, Constraining f(R) Gravity as a Scalar Tensor Theory // Phys. Rev. D **76** (2007) 063505 astro-ph/0612569.
- [31] А. Ю. Морозов, Аномалии в калибровочных теориях // УФН **150** (1986) 337.
- [32] F. Bezrukov *et al.*, Higgs Boson Mass and New Physics // JHEP **1210** (2012) 140, arXiv:1205.2893.
- [33] K. G. Chetyrkin and M. F. Zoller, Three-loop β -functions for top-Yukawa and the Higgs self-interaction in the Standard Model // JHEP **1206** (2012) 033, arXiv:1205.2892.
- [34] E. D. Stewart and D. H. Lyth, A More accurate analytic calculation of the spectrum of cosmological perturbations produced during inflation // Phys. Lett. B **302** (1993) 171 , gr-qc/9302019.
- [35] A. R. Liddle, P. Parsons and J. D. Barrow, Formalizing the slow roll approximation in inflation // Phys. Rev. D **50** (1994) 7222 , astro-ph/9408015.
- [36] J. Beringer *et al.* (Particle Data Group Collaboration), Review of Particle Physics (RPP) // Phys. Rev. D **86** (2012) 010001.
- [37] B. F. Schutz, American Journal of Physics **52** (1984) 412.

- [38] K. Jedamzik, M. Lemoine and J. Martin, Generation of gravitational waves during early structure formation between cosmic inflation and reheating // JCAP **1004** (2010) 021 arXiv:1002.3278.
- [39] Virgo and The LIGO Scientific Collaborations, Sensitivity Achieved by the LIGO and Virgo Gravitational Wave Detectors during LIGO's Sixth and Virgo's Second and Third Science Runs // arXiv:1203.2674.
- [40] V. Corbin and N. J. Cornish, Detecting the cosmic gravitational wave background with the big bang observer // Class. Quant. Grav. **23** (2006) 2435, gr-qc/0512039.
- [41] S. Kawamura *et al.*, The Japanese space gravitational wave antenna DECIGO // Class. Quant. Grav. **23** (2006) S125.
- [42] S. R. Coleman and E. J. Weinberg, Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking // Phys. Rev. D **7** (1973) 1888.
- [43] J. A. Casas, J. R. Espinosa and M. Quiros, Improved Higgs mass stability bound in the standard model and implications for supersymmetry // Phys. Lett. B **342** (1995) 171 , hep-ph/9409458.
- [44] Y. Yoon and Y. Yoon, Asymptotic conformal invariance of SU(2) and standard models in curved space-time // Int. J. Mod. Phys. A **12** (1997) 2903 , hep-th/9612001.
- [45] G. Isidori, G. Ridolfi and A. Strumia, On the metastability of the standard model vacuum // Nucl. Phys. B **609** (2001) 387 , hep-ph/0104016.

- [46] J. R. Espinosa, G. F. Giudice and A. Riotto, Cosmological implications of the Higgs mass measurement // JCAP **0805** (2008) 002, arXiv:0710.2484.
- [47] P. Arnold, S. Vokos, Instability of hot electroweak theory: Bounds on m_H and m_t // Phys. Rev. D **44** (1991) 111.
- [48] A. A. Starobinsky, Stochastic De Sitter (inflationary) Stage In The Early Universe // Lect. Notes in Physics **246** (1986) 107.
- [49] A. A. Starobinsky and J. Yokoyama, Equilibrium state of a selfinteracting scalar field in the De Sitter background // Phys. Rev. D **50** (1994) 6357, astro-ph/9407016.
- [50] K.A. Olive et al.(Particle Data Group) // Chin. Phys. C, 38, 090001 (2014) and 2015 update.
- [51] S. R. Coleman, The Fate of the False Vacuum. 1. Semiclassical Theory // Phys. Rev. D **15** (1977) 2929.
- [52] W. A. Bardeen, On naturalness in the standard model // FERMILAB-CONF-95-391-T.
- [53] M. J. G. Veltman, Second Threshold in Weak Interactions // Acta Phys. Polon. B **8**, 475 (1977).
- [54] T. Henz, J. M. Pawlowski, A. Rodigast and C. Wetterich, Dilaton Quantum Gravity // arXiv:1304.7743.
- [55] M. Shaposhnikov and D. Zenhausern, Quantum scale invariance, cosmological constant and hierarchy problem // Phys. Lett. B **671**, 162 (2009), arXiv:0809.3406.

- [56] F. Bezrukov, G. K. Karananas, J. Rubio and M. Shaposhnikov, Higgs-Dilaton Cosmology: an effective field theory approach // Phys. Rev. D **87**, 096001 (2013), arXiv:1212.4148.
- [57] K. Nakayama, F. Takahashi and T. T. Yanagida, A theory of extra radiation in the Universe // Phys. Lett. B **697**, 275 (2011), arXiv:1010.5693.
- [58] N. Said, E. Di Valentino and M. Gerbino, Dark Radiation after Planck // arXiv:1304.6217.
- [59] J. L. Sievers *et al.*, The Atacama Cosmology Telescope: Cosmological parameters from three seasons of data // arXiv:1301.0824.
- [60] K. T. Story *et al.*, A Measurement of the Cosmic Microwave Background Damping Tail from the 2500-square-degree SPT-SZ survey // arXiv:1210.7231.
- [61] J. Garcia-Bellido, J. Rubio, M. Shaposhnikov and D. Zenhausern, Higgs-Dilaton Cosmology: From the Early to the Late Universe // Phys. Rev. D **84**, 123504 (2011), arXiv:1107.2163.
- [62] J. Garcia-Bellido, J. Rubio and M. Shaposhnikov, Higgs-Dilaton cosmology: Are there extra relativistic species? // Phys. Lett. B **718**, 507 (2012), arXiv:1209.2119.
- [63] R. Armillis, A. Monin and M. Shaposhnikov, Spontaneously Broken Conformal Symmetry: Dealing with the Trace Anomaly // arXiv:1302.5619.
- [64] A. Hindawi, B. A. Ovrut and D. Waldram, Nontrivial vacua in higher derivative gravitation // Phys. Rev. D **53**, 5597 (1996) hep-th/9509147.

- [65] F. L. Bezrukov and D. S. Gorbunov, Distinguishing between R^2 -inflation and Higgs-inflation // Phys. Lett. B **713**, 365 (2012), arXiv:1111.4397.
- [66] C. G. Callan, Jr. and S. R. Coleman, The Fate of the False Vacuum. 2. First Quantum Corrections // Phys. Rev. D **16**, 1762 (1977).
- [67] F. Bezrukov, M. Y. Kalmykov, B. A. Kniehl and M. Shaposhnikov, Higgs Boson Mass and New Physics // JHEP **1210**, 140 (2012), arXiv:1205.2893.
- [68] F. L. Bezrukov and M. Shaposhnikov, The Standard Model Higgs boson as the inflaton // Phys. Lett. B **659**, 703 (2008), arXiv:0710.3755.
- [69] D. I. Kaiser and E. I. Sfakianakis, Multifield Inflation after Planck: The Case for Nonminimal Couplings // arXiv:1304.0363 [astro-ph.CO].
- [70] F. Bezrukov, D. Gorbunov and M. Shaposhnikov, Late and early time phenomenology of Higgs-dependent cutoff // JCAP **1110**, 001 (2011), arXiv:1106.5019.
- [71] D. I. Kaiser, E. A. Mazenc and E. I. Sfakianakis, Primordial Bispectrum from Multifield Inflation with Nonminimal Couplings // Phys. Rev. D **87**, 064004 (2013), arXiv:1210.7487.
- [72] H. Motohashi, A. A. Starobinsky and J. Yokoyama, Cosmology Based on $f(R)$ Gravity Admits 1 eV Sterile Neutrinos // Phys. Rev. Lett. **110**, no. 12, 121302 (2013), arXiv:1203.6828.
- [73] S. Tsujikawa, Observational signatures of $f(R)$ dark energy models

- that satisfy cosmological and local gravity constraints // Phys. Rev. D **77**, 023507 (2008), arXiv:0709.1391.
- [74] A. De Felice and S. Tsujikawa, $f(R)$ theories // Living Rev. Rel. **13**, 3 (2010), arXiv:1002.4928.
- [75] Я. Б. Зельдович, Рождение частиц в космологии // Письма в ЖЭТФ **12** (1970) 443;
- [76] C. W. Allen, Astrophysical Quantities 3rd.ed. // The Athlone Press (1973).
- [77] S. Nojiri and S. D. Odintsov, Introduction to modified gravity and gravitational alternative for dark energy // Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **4** (2007) 115, hep-th/0601213.
- [78] S. Nojiri and S. D. Odintsov, Unified cosmic history in modified gravity: from $F(R)$ theory to Lorentz non-invariant models // Phys. Rept. **505** (2011) 59, arXiv:1011.0544.
- [79] E. V. Arbuzova and A. D. Dolgov, Explosive phenomena in modified gravity // Phys. Lett. B **700**, 289 (2011), arXiv:1012.1963.
- [80] D. S. Gorbunov and V. A. Rubakov, Introduction to the theory of the early universe: Cosmological perturbations and inflationary theory // Hackensack, USA: World Scientific (2011)
- [81] D. S. Gorbunov and A. G. Panin, Scalaron the mighty: producing dark matter and baryon asymmetry at reheating // Phys. Lett. B **700**, 157 (2011), arXiv:1009.2448.
- [82] E. V. Arbuzova, A. D. Dolgov and L. Reverberi, Cosmological evolution in R^2 gravity // JCAP **1202**, 049 (2012), arXiv:1112.4995.